NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

DE JONQUIÈRES

Sur les n°s 170 et 652 de la géométrie supérieure

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 15 (1856), p. 160-161

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1856_1_15__160_0>

© Nouvelles annales de mathématiques, 1856, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (http://www.numdam.org/conditions). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
http://www.numdam.org/

SUR LES N^{os} 170 ET 652 DE LA GÉOMÉTRIE SUPÉRIEURE;

PAR M. DE JONQUIÈRES.

Si deux rayons Am, Bm pivotent autour de deux points fixes A et B d'un cercle en se coupant constamment en un point m de la circonférence, ils marquent sur une tangente au cercle deux divisions homographiques dont les deux *points doubles* coïncident avec le point de contact de la tangente.

Si l'on fait la perspective de la figure de manière que ce point de contact passe à l'infini, le cercle devient une hyperbole et la tangente une asymptote. Les deux divisions homographiques ont leurs points doubles coïncidents à l'infini. Donc (170):

Si deux rayons Am, Bm *pivotent autour de deux points fixes d'une hyperbole, en se coupant constamment en un point* m *de la courbe, le segment qu'ils interceptent sur une asymptote a une longueur constante.*

On en déduit un mode de génération de l'hyperbole et un moyen de construire la tangente au point A ou au point B.

2°. On a (*Géom. sup.*, n° 652) ce théorème général:

Si l'on a des angles (A, A'), (B, B'), (C, C'), etc., *tous de même grandeur et formés dans le même sens de rotation à partir de leurs origines, mais placés d'une manière quelconque, leurs côtés forment sur la droite située à l'infini deux divisions homographiques.*

Supposons que tous les premiers côtés de ces angles A, B, C, etc., passent par un point fixe P, ces côtés marqueront, sur une transversale quelconque L, une division homographique à celle qu'ils marquent sur la droite de l'infini. Supposons encore que les sommets a, b, c, etc., des angles, au lieu d'être situés d'une manière quelconque, soient sur cette transversale L; ils y forment, comme on vient de le dire, une division homographique à celle que les côtés A, B, C, etc., forment sur la droite de l'infini, donc aussi homographique à celle formée à l'infini par les seconds côtés A', B', C', etc , qui joignent, deux à deux, les points homologues de deux divisions homographiques décrites, l'une sur L, l'autre sur la droite de l'infini enveloppant une conique (n° 549).

Quand le sommet de l'angle mobile est à l'infini sur L, le second côté M' est tout entier à l'infini. Or le côté est une tangente; donc la conique est une parabole qui est évidemment tangente à L. On a ainsi une démonstration extrêmement simple de ce théoreme connu : *Si le sommet d'un angle de grandeur constante parcourt une droite, pendant qu'un de ses côtés tourne autour d'un point fixe, son autre côté enveloppe une parabole tangente à la droite parcourue par le sommet de l'angle.*