NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

GROLOUS

Solution des questions 321 et 322

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 15 (1856), p. 224-225

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1856_1_15__224_1>

SOLUTION DES QUESTIONS 321 ET 322

(voir p. 154);

PAR M. GROLOUS,

Élève du lycée Charlemagne (classe de M. Rouché).

321. Dans un hexagone *gauche* ABCabc ayant les côtés *opposés* AB et ab, BC et bc, Ca et cA égaux et parallèles, les milieux D, E, F, d, e, f des côtés sont dans un même plan.

Il suffit évidemment de prouver que le plan qui passe par trois milieux consécutifs quelconques D, E, F contient le point milieu suivant d. Or le plan des côtés opposés AB, ab coupe les plans parallèles Acb, aCB suivant deux droites Ab, aB dont le parallélisme entraîne celui des droites Ab, EF; d'ailleurs DE est parallèle à AC; les plans DEF, CAb sont donc parallèles.

Le parallélisme des plans EFd, CbA résulte pareillement de celui des droites Ab, EF et Cb, Fd; par suite, les deux plans DEF, EFd, qui ont une droite commune EF et qui sont parallèles à un même plan CAb, coïncident.

On peut remarquer que l'hexagone plan DEFdef, dont les sommets sont les milieux des côtés de l'hexagone gauche, a aussi ses côtés opposés égaux et parallèles.

Note du Rédacteur. Cette question a été résolue à peu près de la même manière par M. L.-P. Deparis, élève (*).

---

322. Dans un polygone *gauche* ABCD ... *abcd*...., d'un nombre *pair* de côtés, ayant les côtés opposés AB et *ab*, BC et *bc*, CD et *cd*, etc., égaux et parallèles, les droites Aa, Bb, Cc, etc., qui joignent les sommets opposés, et celles qui joignent les milieux L, M, N, etc., l, m, n, etc., des côtés opposés, passent par un seul et même point.

En effet, les quadrilatères ABab, BCbc, CDcd, etc., sont des parallélogrammes puisqu'ils ont chacun deux côtés égaux et parallèles; chacune des lignes Aa, Bb, Cc, etc., est donc à la fois diagonale de deux parallélogrammes successifs, en sorte que le milieu O de la première est aussi le milieu de la seconde, il est donc le milieu de la troisième, et ainsi de suite de proche en proche. D'ailleurs les droites Ll, Mm, Nn, etc., qui joignent les milieux des côtés opposés, passent toutes par le centre commun O de ces divers parallélogrammes.

(*) Les questions 321 et 323, proposées par M. Amiot dans sa classe au lycée Saint-Louis, m'ont été communiquées. TM.