PAINVIN

Solution de la question 315

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 15 (1856), p. 239-240

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1856_1_15__239_1>

SOLUTION DE LA QUESTION 315

(voir p. 52);

PAR M. PAINVIN,
Professseur.

L'énoncé de la question n'est pas exact (*).

Soient :

x_i, y_i, z_i les coordonnées du point M_i;

(*) On a omis le facteur $n-1$. TM.

x, y, z celles du point E;
X, Y, Z celles du point N;
A étant pris pour axe des coordonnées

$$X = \sum x_i, \quad Y = \sum y_i, \quad Z = \sum z_i,$$

je cherche le *minimum* de l'expression suivante :

$$F = \overline{M_1 E}^2 + \overline{M_2 E}^2 + \ldots + \overline{M_n E}^2 - p\overline{AE}^2,$$

$$F = \sum [(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2 + (z_i - z)]$$

$$- p(x^2 + y^2 + z^2);$$

cette expression devient, en développant et en posant

$$x_i^2 + y_i^2 + z_i^2 = l_i^2,$$

$$F = \sum l_i^2 + (n-p)(x^2 + y^2 + z^2) - 2(xX + yY + zZ)$$

ou

$$F = \sum l_i^2 - \frac{X^2 + Y^2 + Z^2}{n-p}$$

$$+ (n-p)\left[\left(x - \frac{X}{n-p}\right)^2 + \left(y - \frac{Y}{n-p}\right)^2 + \left(z - \frac{Z}{n-p}\right)\right];$$

sous cette forme on voit immédiatement que le *minimum* de l'expression F s'obtiendra en posant

$$x = \frac{X}{n-p}, \quad y = \frac{Y}{n-p}, \quad z = \frac{Z}{n-p}.$$

Le point E ne coïncidera avec le point N que lorsqu'on fera $p = n - 1$.

Note du Rédacteur. M. Félix Lucas, élève de l'École Polytechnique, est parvenu au même résultat.