NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

IS. CHEVILLIET

Sur le calcul de π au moyen des logarithmes

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 15 (1856), p. 261-263

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1856_1_15__261_1>

SUR LE CALCUL DE π AU MOYEN DES LOGARITHMES;

PAR M. IS. CHEVILLIET.

Si l'on calcule π par logarithmes au moyen des formules

$$P_1 = 2\sqrt{2},$$

$$P_2 = 2^2\sqrt{2-\sqrt{2}},$$

$$P_3 = 2^3\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2}}},$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

qui donnent les périmètres des polygones réguliers de 4, 8, 16,..., côtés inscrits dans le cercle dont le diamètre est l'unité, l'approximation, au lieu d'aller toujours en augmentant, diminue bientôt, ainsi que M. Dupain l'a fait observer dans le dernier numéro des *Nouvelles Annales* (p. 85). Cela est facile à expliquer, car la quantité précédée du signe moins dont on ne connaît jamais que les sept premiers chiffres tendant vers 2, l'erreur relative de la différence croît très-rapidement.

Pour éviter cet inconvénient et obtenir π avec toute l'approximation que comportent les Tables, j'emploie depuis longtemps, au lieu de ces formules, les suivantes :

$$P_1 = 2\frac{2}{\sqrt{2}},$$

$$P_2 = 2\frac{2}{\sqrt{2}}\,\frac{2}{\sqrt{2+\sqrt{2}}},$$

$$P_3 = 2\frac{2}{\sqrt{2}}\,\frac{2}{\sqrt{2+\sqrt{2}}}\,\frac{2}{\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}},$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$\pi = 2\frac{2}{\sqrt{2}}\,\frac{2}{\sqrt{2+\sqrt{2}}}\,\frac{2}{\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}}\cdots \text{ à l'infini},$$

qui s'en déduisent facilement et qui ont déjà été données dans les *Nouvelles Annales* par M. Catalan (t. I, p. 190), et aussi par Euler.

Le calcul de π au moyen de cette dernière expression est tout entier contenu dans le tableau suivant où, pour abréger, je désigne par D_1, D_2,..., D les dénominateurs des fractions successives et le produit de tous les dénominateurs employés.

$$
\begin{array}{rl}
\log 2 = 0{,}3010300 & \log D_1 = 0{,}1505150 = \log 1{,}414214 \\
\log(2 + D_1) = 0{,}5332908 & \log D_2 = 0{,}2666454 = \log 1{,}847759 \\
\log(2 + D_2) = 0{,}5852079 & \log D_3 = 0{,}2926039 = \log 1{,}961570 \\
\log(2 + D_3) = 0{,}5978674 & \log D_4 = 0{,}2989337 = \log 1{,}990370 \\
\log(2 + D_4) = 0{,}6010131 & \log D_5 = 0{,}3005066 = \log 1{,}997591 \\
\log(2 + D_5) = 0{,}6017984 & \log D_6 = 0{,}3008992 = \log 1{,}999397 \\
\log(2 + D_6) = 0{,}6019946 & \log D_7 = 0{,}3009973 = \log 1{,}999849 \\
\log(2 + D_7) = 0{,}6020437 & \log D_8 = 0{,}3010219 = \log 1{,}999963 \\
\log(2 + D_8) = 0{,}6020559 & \log D_9 = 0{,}3010279 = \log 1{,}999990 \\
\log(2 + D_9) = 0{,}6020589 & \log D_{10} = 0{,}3010274 = \log 1{,}999997 \\
\log(2 + D_{10}) = 0{,}6020597 & \underline{\log. D_{11} = 0{,}3010298} = \log 1{,}999999 \\
 & \log D = 3{,}1152101
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{r}
12 \log 2 = 3{,}6123600 \\
\underline{\log D = 3{,}1152101} \\
\log \pi = 0{,}4971499 = \log 3{,}141593.
\end{array}
$$