NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

# Sur une transformation de la formule de Thomas Simpson (voir t. XIII, p. 323)

*Nouvelles annales de mathématiques 1re série*, tome 15 (1856), p. 291-293
<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1856_1_15__291_1>

## SUR UNE TRANSFORMATION DE LA FORMULE DE THOMAS SIMPSON

(voir t. XIII, p. 323).

Soient $M_1, M_2, M_3, \ldots, M_{2n+3}$ des points en nombre impair pris sur une courbe plane ne présentant dans cet intervalle aucun point singulier. Menons les ordonnées rectangulaires $M_1A_1$, $M_2A_2$, $M_3A_3, \ldots, M_{2n+3}A_{2n+3}$. Supposons que ces ordonnées soient équidistantes.

*Notations.*

$$M_1A_1 = e, \quad M_2A_2 = y_1,$$

$$M_3A_3 = y_2, \ldots, \quad M_{2n+2}A_{2n+2} = y_{2n+1}, \quad M_{2n+3}A_{2n+3} = E,$$

$$A_1A_2 = A_2A_3 = A_3A_4 \ldots = A_{2n+2}A_{2n+3} = h.$$

$\sum y_p =$ somme de tous les $y$ qui ont un indice pair;

$\sum y_i =$ somme de tous les $y$ qui ont un indice impair;

$P' =$ aire du polygone formé par les cordes $M_1 M_2$, $M_2 M_3, \ldots, M_{2n+2} M_{2n+3}$, par les ordonnées extrêmes $e$, E et par la partie $A_1 A_{2n+3}$ de l'axe intercepté entre ces ordonnées;

$P =$ aire du polygone formé par les cordes $M_1 M_3$, $M_3 M_5$, $M_5 M_7, \ldots, M_{2n+1} M_{2n+3}$, par les ordonnées extrêmes $e$, E et par la partie de l'axe $A_1 A_{2n+3}$ interceptée entre ces ordonnées;

$S =$ aire du quadrilatère mixte formé par l'aire curviligne $M_1 M_2 \ldots M_{2n+1}$, les ordonnées extrêmes $e$, E et l'axe $A_1 A_{2n+3}$.

On a évidemment

$$P' = \frac{h}{2}\left(e + E + 2\sum y_p + \sum y_i\right),$$

$$P = h\left(e + E + 2\sum y_p\right),$$

d'où

$$\frac{P' - P}{3} = \frac{h}{6}\left(2\sum y_i - 2\sum y_p - e - E\right),$$

$$P' + \frac{P' - P}{3} = \frac{h}{3}\left(e + 4\sum y_i + 2\sum y_p + E\right).$$

Par la formule de Simpson, on a

$$S = \frac{h}{3}\left(e + 4\sum y_i + 2\sum y_p + E\right) \ (^*),$$

donc

$$S = P' + \frac{P' - P}{3}.$$

(*) *Voir* t. XIII, p. 325.

Cette formule a été donnée par M. Saigey (*Géométrie élémentaire*, p. 245). M. Piobert l'a indiquée explicitement (t. XIII, p. 327, § 3), mais ne s'y est pas arrêté, parce que cette formule présente les mêmes inconvénients que celle de Simpson, donnant absolument les mêmes résultats, et il indique des formules qui font disparaître en partie ces inconvénients.

On sait d'ailleurs que les formules qui servent à calculer l'aire d'un cercle servent également pour le calcul du périmètre.

Les raisonnements qu'emploie M. Saigey pour parvenir à la formule sont très-élémentaires, mieux appropriés peut-être à l'enseignement que ceux de Simpson.