NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

E. DE JONQUIÈRES

Problème sur cinq coniques et cinq droites anharmoniquement correspondantes

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 15 (1856), p. 369-370

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1856_1_15__369_0>

PROBLÈME SUR CINQ CONIQUES ET CINQ DROITES ANHARMONIQUEMENT CORRESPONDANTES;

PAR M. E. DE JONQUIÈRES.

Question. On donne sur un plan : 1° trois points a, b, c; 2° cinq autres points d, e, f, g, h. Déterminer un point x tel, que les cinq coniques circonscrites au quadrilatère $abcx$ et passant respectivement par les cinq points d, e, f, g, h correspondent anharmoniquement à un faisceau de cinq droites données.

Solution. Soit P le sommet du faisceau de cinq droites Pd, Pe, Pf, Pg, Ph qui est homographique à celui des cinq droites données. Ce point, comme on sait, est unique et se détermine aisément par l'intersection de deux coniques qui ont trois points communs connus à priori.

Il résulte du théorème général de M. Chasles sur la construction de la courbe du troisième ordre que les dix points a, b, c, x, d, e, f, g, h, P sont situés sur une même courbe du troisième ordre U, qui se trouve déterminée par les seuls neuf points connus, sans qu'on ait besoin de faire intervenir le point cherché x.

Le rayon Pd correspond anharmoniquement à la conique ($abcxd$) qu'il rencontre au point d et en un autre point d'. Ce point d', appartenant aussi à la courbe du troisième ordre, se déterminera aisément en n'employant que la ligne droite et le cercle, puisque les deux autres points de rencontre du rayon Pd avec la courbe, savoir P et d, sont déjà connus. La conique ($abcxdd'$) est donc entièrement déterminée. On cherchera pareillement le second point de rencontre e' du rayon Pe avec la conique

($abcxe$) qui lui correspond anharmoniquement, et cette conique, dont on connaît déjà quatre points, sera déterminée.

Cela posé, les deux coniques ($abcxdd'$) et ($abcxee'$) ont trois points communs a, b, c; on en conclura donc immédiatement le quatrième x qui satisfait à la question.

Ainsi le problème est résolu.