

GERONO

**Discussion d'une équation numérique
du second degré à trois variables (Suite
d'une première Note)**

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 15
(1856), p. 386-387

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1856_1_15__386_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1856, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

DISCUSSION D'UNE ÉQUATION NUMÉRIQUE DU SECOND DEGRÉ

A TROIS VARIABLES (Suite d'une première Note)

(voir page 322).

Dans la discussion de l'équation du second degré à trois variables, nous avons admis l'existence d'un centre unique; on a vu comment la nature de la surface se détermine, alors, au moyen des signes des invariants

$$\begin{aligned} & AA' - B''^2, \quad AA'' - B'^2, \quad A' A'' - B^2, \\ & AA' A'' + 2BB' B'' - AB^2 - A' B'^2 - A'' B''^2. \end{aligned}$$

Quand il n'y a pas de centre, la valeur de

$$AA' A'' + 2BB' B'' - AB^2 - A' B'^2 - A'' B''^2$$

est nulle, mais, dans ce cas, les signes des valeurs de $AA' - B''^2$, $AA'' - B'^2$, $A' A'' - B^2$ font immédiatement savoir de quel genre est la surface considérée.

En effet, dans le cas dont il s'agit, l'équation proposée ne peut représenter que l'un des deux paraboloides ou un cylindre parabolique.

Si la surface est un paraboloides hyperbolique, il faut que parmi les trois sections par les trois plans coordonnés il y en ait au moins une du genre des hyperboles, puisque les trois plans coordonnés ne peuvent être à la fois parallèles à l'axe de la surface. Donc, parmi les trois différences $AA' - B''^2$, $AA'' - B'^2$, $A' A'' - B^2$ il y en aura

au moins une dont la valeur sera négative. Cette condition est d'ailleurs suffisante pour que l'équation proposée représente un parabolôide hyperbolique, car l'autre parabolôide et le cylindre parabolique ne peuvent donner lieu à une section du genre des hyperboles.

Si la surface est un parabolôide elliptique, l'une des sections par les plans coordonnés sera une ellipse réelle ou imaginaire; par conséquent, l'un des binômes $AA' - B''^2$, $AA'' - B'^2$, $A'A'' - B^2$ sera positif. Et c'est là une condition suffisante pour que l'équation proposée représente un parabolôide elliptique.

Enfin, lorsque la surface est un cylindre parabolique, les valeurs des expressions $AA' - B''^2$, $AA'' - B'^2$, $A'A'' - B^2$ sont nulles toutes trois.

Nous ne dirons rien du cas particulier où l'on trouve une infinité de centres, la discussion de l'équation ne peut, dans ce cas, offrir aucune difficulté. G.