Nouvelles annales de mathématiques

Lebesgue

Sur la question 365

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 16 (1857), p. 262

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1857_1_16__262_0>

SUR LA QUESTION 365

(voir page 125)

PAR M. LEBESGUE.

Soient a, b, m entiers, b non carré :

1°. $a - \sqrt{b}$, positif plus petit que 1,

$$(a+\sqrt{b})^m = \mathrm{A} + \mathrm{B}\sqrt{b} = \mathrm{P}.$$

$2a - 1$ est le plus grand entier contenu dans P.

2°. $\sqrt{b} - a$ positif plus petit que 1 et m pair.

$2\mathrm{A} - 1$ est le plus grand entier contenu dans P.

3°. $\sqrt{b} - a$ positif plus petit que 1 et m impair.

$2\mathrm{A}$ est le plus grand entier contenu dans P.

4°.

$$b = 3, \quad a = 1, \quad 3\mathrm{B}^2 - \mathrm{A}^2 = 2^{2n+1},$$
$$m = 2n + 1.$$

2^{n+1} est la plus haute puissance de 2 qui divise $2\mathrm{A}$.

C'est le théorème de M. Sylvester avec une condition de plus.

5°.

$$b = 3, \quad a = 1, \quad m = 2n, \quad \mathrm{A}^2 - 3\mathrm{B}^2 = 2^n.$$

$2\mathrm{A}$ est l'entier immédiatement au-dessus de P et 2^{n+1} est la *plus haute puissance* de 2 qui le divise.

On trouverait sans peine d'autres théorèmes analogues.