

P. CHALLIOT

## Solution de la question 319

*Nouvelles annales de mathématiques 1<sup>re</sup> série*, tome 16 (1857), p. 385-388

[http://www.numdam.org/item?id=NAM\\_1857\\_1\\_16\\_\\_385\\_0](http://www.numdam.org/item?id=NAM_1857_1_16__385_0)

© Nouvelles annales de mathématiques, 1857, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

---



---

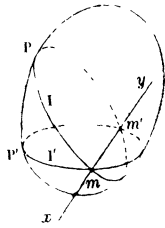
**SOLUTION DE LA QUESTION 319**

(voir tome XV, page 52);

**PAR M. P. CHALLIOT,**

Élève au lycée de Versailles (classe de M. Vannson).

Deux plans  $P$  et  $P'$  coupent une surface suivant deux courbes  $I$  et  $I'$ ; la projection de la courbe  $I$  sur le plan  $P'$



sera tangente à la courbe  $I'$  au point où la trace de  $P$  sur  $P'$  pourra couper  $I'$ , si les coordonnées de ces points satisfont à l'équation

$$D_z . F = 0$$

déduite de l'équation

$$F(x, y, z) = 0$$

de la surface par rapport à trois axes rectangulaires dont deux, ceux sur lesquels on compte les  $x$  et les  $y$ , doivent être dirigés dans le plan  $P'$ .

La condition

$$D_z . F = 0,$$

nécessaire et suffisante pour que le contact dont il s'agit ait lieu, est remplie pour les surfaces du deuxième ordre quand  $P'$  est un plan principal. (DIEU.)

Soit

$$F(x, y, z) = 0$$

l'équation de la surface.

Je prends le plan  $P'$  pour plan des  $x, y$ .

L'équation de la courbe  $I'$  s'obtiendra en faisant  $z = 0$  dans l'équation de la surface

$$F(x, y) = 0.$$

Soient  $x', y', 0$  les coordonnées d'un des points  $m$ , où la trace  $xy$  du plan  $P$  sur le plan  $P'$  coupe la courbe  $I'$ . Le coefficient angulaire de la tangente à la courbe  $I'$  au point  $m$  sera

$$\alpha = -\frac{F'_x(x', y')}{F'_y(x', y')}.$$

Soit

$$z = mx + ny + p$$

l'équation du plan  $P$ . L'équation de la projection de la courbe  $I$  sur le plan  $P'$  s'obtiendra par l'élimination de  $z$  entre les deux équations

$$F(x, y, z) = 0, \quad z = mx + ny + p.$$

Pour avoir le coefficient angulaire de la tangente à cette projection au point  $m$ , appliquons le théorème des fonctions implicites, on aura

$$\alpha' = -\frac{F'_x(x', y') + mF'_z(x', y', 0)}{F'_y(x', y') + nF'_z(x', y', 0)}.$$

Comme par hypothèse

$$F'_z(x', y', 0) = 0,$$

il s'ensuit que  $\alpha = \alpha'$ . Les deux tangentes ayant un point commun et même coefficient angulaire, coïncident.

Je dis en second lieu que la condition

$$F'_z = 0$$

est remplie pour les surfaces du deuxième ordre quand  $P'$  est un plan principal.

Je rapporte la surface à ce plan et à une droite qui lui soit perpendiculaire. L'équation ne devra pas contenir de termes en  $z$ , première puissance. Elle sera de la forme

$$A x^2 + A' y^2 + A'' z^2 + 2Bxy + 2Cx + 2C'y + F = 0.$$

Prenant la dérivée par rapport à  $z$ , j'aurai

$$F'_z = 2A'' z,$$

et comme le point de contact en question est dans le plan des  $x, y$ , on a

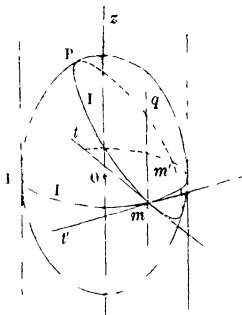
$$z' = 0,$$

donc

$$F'_z = 0.$$

Le théorème précédent peut se vérifier géométriquement pour les surfaces du second ordre.

Si par les différents points de la section principale  $P'mm'$ , on mène des parallèles à l'axe des  $z$ , ces droites



seront perpendiculaires au plan  $P'$ . Toutes ces parallèles

forment une surface cylindrique tangente à la surface du deuxième ordre. Si par la génératrice  $mq$  on fait passer un plan tangent à la surface cylindrique, il le sera en même temps à la surface proposée. Ce plan coupe le plan  $P'$  suivant une tangente  $mt'$  à la courbe  $I'$ , et le plan  $P$  suivant  $mt$  tangente à  $I$ . Or la projection de cette dernière tangente est tangente à la projection de  $I$ , et comme  $mt$  est dans un plan  $gmt'$  perpendiculaire au plan  $P'$ , elle se projette suivant la trace  $mt'$ .

---