

EUGÈNE ROUCHÉ

Solution de la question 345

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 16
(1857), p. 71-72

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1857_1_16__71_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1857, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

SOLUTION DE LA QUESTION 345

(voir t. XV, p. 383).

PAR M. EUGÈNE ROUCHÉ.

$f(x) = 0$ est une équation algébrique à coefficients entiers; si $f(0)$ et $f(1)$ sont des nombres impairs, l'équation n'a aucune racine entière. (GAUSS.)

Si $f(x)$ admettait une racine entière α , le quotient $\frac{f(x)}{x - \alpha}$ aurait tous ses coefficients entiers, car le premier terme du diviseur ayant pour coefficient l'unité, la division ne peut introduire aucun dénominateur. Par suite, la valeur numérique de $f(x)$ pour toute valeur entière de x serait divisible par la valeur correspondante de $x - \alpha$, et en particulier les quotients

$$\frac{f(0)}{-\alpha}, \quad \frac{f(1)}{1 - \alpha}$$

seraient entiers. Mais l'un des deux entiers consécutifs $\alpha - 1, \alpha$ est pair; donc l'un des nombres $f(0), f(1)$ serait pair, ce qui est contraire à l'hypothèse.