

DE ROCHAS

GRELLEY

**Solution de la question 345**

*Nouvelles annales de mathématiques 1<sup>re</sup> série*, tome 16  
(1857), p. 9-10

[http://www.numdam.org/item?id=NAM\\_1857\\_1\\_16\\_\\_9\\_1](http://www.numdam.org/item?id=NAM_1857_1_16__9_1)

© Nouvelles annales de mathématiques, 1857, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

---

## SOLUTION DE LA QUESTION 345

( voir tome XV, page 383 ),

PAR M. DE ROCHAS,

Élève à l'école préparatoire de Sainte-Barbe ( classe de M. Gerono ),

ET M. GRELLEY,

Élève à la même école ( classe de M. Vieille. )

---

$f(x) = 0$  est une équation à coefficients entiers ; si  $f(0)$  et  $f(1)$  sont des nombres impairs, l'équation n'a pas de racines entières. (GAUSS.)

Le polynôme  $f(x)$  étant un polynôme algébrique entier, pourra se mettre sous la forme

$$A_0 x^m + A_1 x^{m-1} + A_2 x^{m-2} + \dots + A_{m-1} x + A_m,$$

$m$  étant un nombre entier. Nous aurons alors

$$f(0) = A_m$$

et

$$f(1) = A_0 + A_1 + A_2 + \dots + A_{m-1} + A_m,$$

$f(0)$  et  $f(1)$  étant, par hypothèse, deux nombres impairs.

Supposons que l'équation

$$f(x) = 0$$

admette une racine entière  $a$ , elle sera paire ou impaire. Dans le premier cas, chacun des  $m$  premiers termes de  $f(a)$  étant pair, puisque les coefficients sont entiers,

leur somme le sera aussi, et, par suite, cette somme augmentée d'un nombre impair  $A_m$ , ne pourra pas devenir nulle.

Dans le second cas, nous pourrons remarquer que les puissances du nombre  $a$  seront toutes impaires et que, par suite, chacun des  $m$  premiers termes de  $f(a)$  étant de même parité que son coefficient, la somme de ces termes sera de même parité que la somme des  $m$  premiers coefficients. Mais cette somme est égale à  $f(1) - f(0)$  : elle est donc paire; par conséquent, la somme des  $m$  premiers termes de  $f(a)$  sera paire comme dans le cas précédent et ne pourra pas être annulée par l'addition d'un nombre impair  $A_m$ .

Le nombre  $a$ , ne pouvant être ni pair ni impair, ne sera pas entier.

C. Q. F. D.

---