

L. BRAULT

Solution de la question 440

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 17
(1858), p. 296-297

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1858_1_17__296_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1858, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

SOLUTION DE LA QUESTION 440

(voir page 187);

PAR M. L. BRAULT,
Élève de l'institution Barbet.

Démontrons l'identité

$$\begin{aligned} & \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n}{a_0(a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_n)} = \frac{a_1}{a_0(a_0 + a_1)} \\ & + \frac{a_2}{(a_0 + a_1)(a_0 + a_1 + a_2)} \\ & + \frac{a_3}{(a_0 + a_1 + a_2)(a_0 + a_1 + a_2 + a_3)} + \dots \\ & + \frac{a_n}{(a_0 + a_1 + \dots + a_{n-1})(a_0 + a_1 + \dots + a_n)} \end{aligned}$$

(OSCAR WERNER.)

D'abord

$$(1) \quad \left\{ \begin{aligned} & \frac{a_1 + a_2}{a_0(a_0 + a_1 + a_2)} = \frac{a_1}{a_0(a_0 + a_1)} \\ & + \frac{a_2}{(a_0 + a_1)(a_0 + a_1 + a_2)}. \end{aligned} \right.$$

Une simple transformation rend le second membre identique au premier. Cela posé, si l'on a

$$(2) \quad \left\{ \begin{aligned} & \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_{p-1}}{a_0(a_0 + a_1 + \dots + a_{p-1})} = \frac{a_1}{a_0(a_0 + a_1)} \\ & + \frac{a^2}{(a_0 + a_1)(a_0 + a_1 + a_2)} + \dots \\ & + \frac{a_{p-1}}{(a_0 + a_1 + \dots + a_{p-2})(a_0 + \dots + a_{p-1})}, \end{aligned} \right.$$

on aura aussi

$$(3) \quad \left\{ \begin{aligned} \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_p}{a_0(a_0 + a_1 + \dots + a_p)} &= \frac{a_1}{a_0(a_0 + a_1)} \\ &+ \frac{a_2}{(a_0 + a_1)(a_0 + a_1 + a_2)} + \dots \\ &+ \frac{a_p}{(a_0 + \dots + a_{p-1})(a_0 + \dots + a_p)}. \end{aligned} \right.$$

En effet, l'égalité (2) étant supposée prouvée, l'égalité (3) peut s'écrire (en posant $A = a_1 + a_2 + \dots + a_{p-1}$)

$$(4) \quad \frac{A + a_p}{a_0(a_0 + A + a_p)} = \frac{A}{a_0(a_0 + A)} + \frac{a_p}{(a_0 + A)(a_0 + A + a_p)}.$$

Mais cette égalité (4), de même forme que l'égalité (1), se démontre de la même manière. Donc la formule étant vraie pour $p = 3$, subsiste donc pour $p = 4$, et ainsi de suite.

C. Q. F. D.

MM. Laquière (lycée Saint-Louis), F. Farjou, lycée de Saint-Omer (classe Souillart) ont résolu la question de la même manière.