NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

R. VERNIER

Solution de la question 460

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 18 (1859), p. 108-109

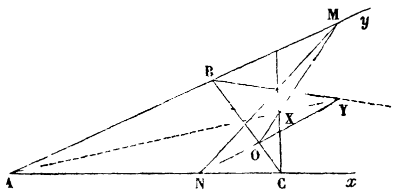
<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1859_1_18__108_0>

SOLUTION DE LA QUESTION 460

(voir p. 45);

PAR M. R. VERNIER,
Elève du lycée Napoléon (classe de M. Amyot)

Je prends pour axes de coordonnées les droites AB et AC, j'appelle (α, β), (α', β') les coordonnées des



points X et Y et (x', y) celles du point O. OX et OY ont pour équations

$$y - \beta = \frac{\beta - y'}{\alpha - x'}(x - \alpha),$$

$$y - \beta' = \frac{\beta' - y'}{\alpha' - x'}(x - \alpha').$$

En faisant $x = 0$ dans la première équation et $y = 0$ dans la deuxième, on trouve, tout calcul fait,

$$\text{AM} = \frac{\alpha y' - \beta x'}{\alpha - x'},$$

$$\text{AN} = \frac{\beta'(\beta x' - \alpha y')}{\beta - y'},$$

en ayant égard à la relation

$$\frac{\alpha}{\alpha'} = \frac{\beta}{\beta'},$$

puisque les points A, X et Y sont en ligne droite.

L'équation de MN est donc

$$y \cdot \frac{\alpha - x'}{\alpha y' - \beta x'} + x \cdot \frac{\beta(\beta - y')}{\beta'(\beta x - \alpha y')} = 1$$

ou

$$(1) \quad y\beta'(\alpha - n') + n\beta(\beta - y') - \beta'(\alpha y' - \beta x') = 0.$$

Or le point O étant sur la droite BC, on a la relation

$$\frac{x'}{b} + \frac{y'}{c} = 1,$$

d'où on tire

$$y' = \frac{bc - cx'}{b}.$$

En portant cette valeur de y' dans l'équation (1), on a une équation du premier degré en x' de la forme

$$x'(my + nx + p) + m'y + n'x + p' = 0.$$

La droite MN passe donc, quel que soit le point O, par l'intersection des deux droites fixes $my + nx + p = 0$ et $m'y + n'x + p' = 0$.

En supposant que le point O vienne successivement en B et en C, on voit que ce point fixe est à la rencontre des deux droites BY et CX.

Note du Rédacteur. X et Y étant quelconques, les droites OX et OY sont deux faisceaux homographiques; par conséquent les points M et N forment deux suites de points homographiques : l'enveloppe de la droite MN est donc une conique qui devient un point lorsque X, Y et A sont en ligne droite; le point A devient double.

M. le capitaine Lafonge prend pour axes les droites qui vont des sommets A et C aux points fixes, et démontre, par le procédé ordinaire, que la droite variable passe à l'intersection de ces deux axes.