

Questions d'examen

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 20 (1861), p. 5-6

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1861_1_20__5_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1861, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

NOUVELLES ANNALES

DE

MATHÉMATIQUES.

QUESTIONS D'EXAMEN;

PAR UN PROFESSEUR.

Soit proposé de trouver le lieu des points pour lesquels deux normales à une conique font un angle donné.

Comme par un point donné on peut mener plus de deux normales à une conique, il suffira de remarquer que l'angle des tangentes étant égal à celui des normales, ou bien supplémentaire, il sera facile de déduire le lieu demandé, du lieu formé par les points d'où l'on peut mener à une conique deux tangentes faisant un angle donné, et l'on reconnaîtra tout de suite que dans les deux cas l'équation appartient à un angle donné ou à son supplément.

Pour le problème des tangentes, si, le point du lieu étant (α, β) , on élimine y entre l'équation de la conique et celle de la droite $y - \beta = t(x - \alpha)$, en exprimant que les valeurs de x sont égales, on obtiendra une équation

$$Pt^2 + Qt + R = 0,$$

où P, Q, R sont fonctions de α et β . L'équation du lieu sera, en représentant par t_1, t_2 les coefficients angulaires des

(6)

deux tangentes et par m la tangente de leur angle,

$$\frac{t_1 - t_2}{1 + t_1 t_2} = m,$$

ou encore, en faisant disparaître le radical de

$$t_1 - t_2 = \frac{\sqrt{Q^2 - 4PR}}{P},$$

$$(1) \quad Q^2 - 4PR = m^2(P + R)^2,$$

de sorte que l'équation ne changeant pas avec le signe de m , elle convient à des angles supplémentaires.

Comme on peut déterminer les coefficients angulaires des normales $-\frac{1}{t_1}$, $-\frac{1}{t_2}$ en α et β , et de même les coordonnées des points de contact des tangentes, on aura deux équations (2), (3) en α , β , X et Y en représentant par (X, Y) le point de croisement des normales.

L'élimination de α et β entre (1), (2) et (3) donnera le lieu. Pour la parabole le calcul est assez simple, l'élimination de β conduira à deux équations de forme

$$\alpha^3 + L\alpha^2 + M = 0, \quad \alpha^2 + N\alpha + O = 0,$$

où L, M, N, O sont des fonctions de X et Y, et l'on tombera sur une équation du quatrième degré.

L'élimination est probablement plus longue pour le cas des coniques à centre.

M. Serret a proposé le cas de la parabole et de l'angle dont la tangente $m = 1$.
