NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

CHEMIN

# Construction de la tangente à la courbe d'ombre de la vis

*Nouvelles annales de mathématiques 2e série*, tome 5 (1866), p. 271-273

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1866_2_5__271_1>

## CONSTRUCTION
## DE LA TANGENTE A LA COURBE D'OMBRE DE LA VIS;

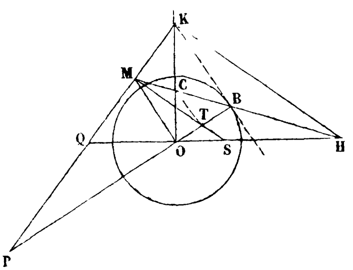
PAR M. CHEMIN,
Élève de l'École Polytechnique.

---

La méthode de Roberval, qui permet d'obtenir les tangentes à un assez grand nombre de courbes, a conduit M. Poncelet à une construction de la tangente à la courbe d'ombre de la surface de la vis à filet triangulaire.

On peut aussi arriver à une construction fort simple de la même tangente, en faisant usage des principes donnés par M. Chasles dans son *Traité de Géométrie supérieure*.

La courbe d'ombre est ainsi définie : un cercle et un point dans son plan étant donnés, par le point H on mène




une transversale qui rencontre le cercle au point B. On joint le point B au centre O du cercle, et en menant la ligne OM perpendiculaire à OB, le point M d'intersection de cette ligne avec HB est un point de la courbe d'ombre. Le lieu des points M obtenus ainsi en faisant varier HB est la courbe dont il faut déterminer la tangente en un point quelconque, M par exemple.

Supposons que le point B, au lieu de se déplacer sur le cercle, se déplace sur la tangente en B à ce cercle : les deux droites BH et OB, et par suite BH et OM, forment deux faisceaux homographiques, et le lieu des points d'intersection des rayons correspondants est une conique. D'après la manière dont elle est engendrée, cette conique a au point M un élément commun avec la courbe d'ombre, et par suite la même tangente en ce point. Donc il suffit de chercher la tangente à la conique au point M.

Pour cela, cherchons dans chacun des faisceaux le rayon correspondant à OH, considéré comme appartenant à l'autre. Ces deux rayons sont OK, perpendiculaire à OH, et HK joignant le point H avec le point K d'intersection de la tangente en B avec OK. Pour obtenir la tangente, il faut, d'après les principes connus, joindre MK et prolonger cette droite jusqu'à sa rencontre en Q avec OH, et prendre le conjugué harmonique de ce point par rapport à O et H. Soit S ce point, MS est la tangente cherchée.

Soient P et T les points d'intersection de MP et MS avec OP.

Nous avons l'égalité des deux faisceaux harmoniques

$$\{M - Q.\, O.\, S.\, H\} = \{M - P.\, O.\, T.\, B\}.$$

Donc on aura

$$\frac{PO}{PB} = \frac{TO}{TB}.$$

Mais les triangles semblables MOP, KBP nous donnent

$$\frac{PO}{PB} = \frac{MO}{BK} = \frac{MC}{CB},$$

conséquence de la similitude des triangles MOC, KCB ; donc

$$\frac{\mathrm{TO}}{\mathrm{TB}} = \frac{\mathrm{MC}}{\mathrm{CB}}.$$

Donc le point T se trouve sur la parallèle à MO, ou KB, menée par le point C d'intersection de BH avec OK. On a donc enfin la construction suivante : par le point C mener la parallèle à BK jusqu'à rencontre de OB en T ; la droite MT est la tangente cherchée.

Une construction du même genre donnerait la tangente en un point quelconque de la cissoïde.