Nouvelles annales de mathématiques

Poudra

Construction graphique de la courbe gauche du troisième ordre qui passe par six points donnés dans l'espace

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 5 (1866), p. 313-315

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1866_2_5__313_1>

CONSTRUCTION GRAPHIQUE

de la courbe gauche du troisième ordre qui passe par six points donnés dans l'espace;

PAR M. POUDRA.

Soient a, b, c, d, e, f les six points donnés dans l'espace. Prenons pour plan de construction celui qui passe par les trois points a, b, c. Soient d^h, e^h les projections des points d et e de l'espace, sur ce plan abc.

Rabattons ces points d et e de l'espace sur le plan abc en faisant tourner les verticales projetantes dd^h, ee^h autour de leurs traces respectives d^h, e^h dans une même direction, et soient, sur la figure, d_1, e_1, ces points rabattus.

Considérons le point d comme le sommet d'un cône du second degré passant par les cinq points a, b, c, e, f, et dont la base sur le plan abc sera une section conique $abcmog$. Regardons de même le point e comme le sommet d'un second cône passant par les cinq points a, b, c, d, f : il aura pour base, sur le plan abc, une conique $abchpm$ facile à déterminer.

Ces deux cônes ont une arête commune de; leur intersection est alors une courbe du troisième ordre qui passera par les six points donnés. C'est cette courbe qu'il s'agit de construire simplement.

Par l'arête de, commune aux deux cônes, menons un plan quelconque : il coupera le plan abc suivant une droite telle que mgh, qui passera toujours par le point m quatrième intersection des deux bases, point m par lequel passe l'arête commune de. Cette droite mgh rencontrera en g la base du premier cône, et en h celle du second ; et alors les droites dg, eh représenteront les arêtes des deux cônes qui sont dans le même plan ; leur point d'intersection i sera donc un point de la courbe, mais rabattu. En continuant cette opération par une suite de plans coupants, on obtiendra autant de points de la courbe qu'on le désirera.

Si du point d_1 on mène les deux droites doj, dkq, tangentes à la base $abcymo$ du cône dont ce point d_1 est le sommet rabattu, ce seront les limites des arêtes de ce cône, et la courbe cherchée et rabattue doit donc être tangente à ces deux droites. On obtiendra facilement les points de tangence : ainsi pour la tangente $d_1 o$, on trace la droite *mor*, qui rencontre la seconde base *abchpm* au point *r*, et ce point joint à e_1 donne la droite $re_1 j$, laquelle représente l'arête du second cône qui se trouve dans le même plan que la base *omr* du premier. Le point *j* d'intersection de ces deux arêtes sera le point de tangence de la droite $d_1 oj$ et de la courbe. On trouvera de même le point *k*. En agissant de la même manière pour les tangentes $e_1 l$, $e_1 p$, on trouvera les points *l* et *n*, où ces droites sont tangentes à la courbe.

On obtiendra la tangente à la courbe en un point quelconque *i* en menant les deux arêtes *dgi*, *ehi*, qui déterminent sur les bases respectives les points *g* et *h* ; les tangentes en ces points se rencontreront en un point qui, joint à *i*, donnera la tangente cherchée.

On trouvera facilement les asymptotes de la courbe gauche ; il suffit de déterminer dans les deux cônes les couples d'arêtes parallèles et mener (comme ci-dessus pour la tangente au point *i*) les deux tangentes aux bases respectives passant par les traces de ces arêtes, alors par le point d'intersection de ces deux tangentes menant une parallèle aux couples d'arêtes ce sera une tangente à leur point d'intersection, qui est à l'infini ; ce sera donc une asymptote de la courbe. Une des couples d'arêtes parallèles est la droite *dem* ; il peut y en avoir trois autres, dont deux peuvent être imaginaires.

Tous les résultats obtenus par ces constructions sont tracés sur le plan *abc* et représentent les constructions de l'espace rabattues sur ce plan ; en relevant tous les points on obtiendra donc la courbe gauche dans l'espace, et les pieds des verticales donneront la projection de cette courbe sur ce plan *abc*.