J.-Ch. Dupain

Note sur un caractère de divisibilité

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 6 (1867), p. 368-369
<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1867_2_6__368_0>

NOTE SUR UN CARACTÈRE DE DIVISIBILITÉ;

PAR M. J.-CH. DUPAIN.

On a quelquefois besoin de reconnaître si un nombre N est divisible par un certain facteur p; il peut arriver que cette recherche soit pénible, tandis que la division de N par $p-1$ se ferait immédiatement de tête; supposons que cette division donne pour quotient Q et pour reste R, on aura

$$N=(p-1)Q+R \quad \text{ou} \quad N=pQ+R-Q.$$

---

serie

$$\frac{1}{1.2.3\ldots p}+\frac{1}{2.3\ldots(p+1)}+\frac{1}{3.4\ldots(p+2)}+\ldots$$
$$+\frac{1}{n(n+1)\ldots(n+p-1)}+\ldots$$

En effet, on a

$$\frac{1}{1.2.3\ldots p}=\frac{1}{p-1}\left[\frac{1}{1.2.3\ldots(p-1)}-\frac{1}{2.3\ldots p}\right],$$
$$\frac{1}{2.3\ldots(p+1)}=\frac{1}{(p-1)}\left[\frac{1}{2.3\ldots p}-\frac{1}{3.4\ldots(p+1)}\right],$$
$$\frac{1}{3.4\ldots(p+2)}=\frac{1}{(p-1)}\left[\frac{1}{3.4\ldots(p+1)}-\frac{1}{4.5\ldots(p+2)}\right],$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$\frac{1}{n(n+1)\ldots(n+p-1)}=\frac{1}{p-1}\left[\frac{1}{n(n+1)\ldots(n+p-2)}-\frac{1}{(n+1)(n+2)\ldots(n+p-1)}\right];$$

la somme des n premiers termes est, par consequent, egale a

$$\frac{1}{(p-1)}\left[\frac{1}{1.2.3\ldots(p-1)}-\frac{1}{(n+1)(n+2)\ldots(n+p-1)}\right];$$

il en resulte que $\frac{1}{p-1}\times\frac{1}{1.2.3\ldots(p-1)}$ est la limite de la somme des termes de la serie consideree G.

Si $R - Q$ est divisible par p, le nombre N le sera aussi.

De même, si la division de N par $p + 1$ donnait pour quotient Q' et pour reste R', on aurait

$$N = (p + 1) Q' + R' \quad \text{ou} \quad N = pQ' + Q' + R'.$$

Si $Q' + R'$ est divisible par p, le nombre N le sera aussi.

Ces remarques, dont je ne connais pas le premier auteur, peuvent être utiles.

Exemples :

$N = 310717, \quad p = 601, \quad Q = 517, \quad R = 517, \quad R - Q = 0;$

la division réussit.

$N = 27944, \quad p = 499, \quad Q' = 55, \quad R' = 444, \quad Q' + R' = 499;$

la division réussit.

Autre application. — 208569 est-il divisible par 37?

On sait que

$$37 \times 27 = 999,$$

on fera

$$p = 999;$$

alors

$$Q' = 208, \quad R' = 569, \quad Q' + R' = 777.$$

On essaye la division de 777 par 37, et comme elle réussit, le nombre proposé est divisible par 37.

Note. — De là une règle pour trouver le reste d'une division dans laquelle le diviseur est de la forme $10^n \pm 1$.