NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

GEORGES DOSTOR

Propriétés du triangle rectangle

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 8 (1869), p. 433-434

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1869_2_8__433_0>

© Nouvelles annales de mathématiques, 1869, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (http://www.numdam.org/conditions). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme Numérisation de documents anciens mathématiques

http://www.numdam.org/

PROPRIÉTÉS DU TRIANGLE RECTANGLE;

PAR M. GEORGES DOSTOR,
Docteur ès sciences.

1. THÉORÈME I. — *Dans tout triangle rectangle, la somme des carrés des inverses des deux côtés de l'angle droit est égale au carré de l'inverse de la perpendiculaire abaissée du sommet de l'angle droit sur l'hypoténuse.*

Ainsi, si b, c sont les deux côtés de l'angle droit d'un triangle rectangle, d la perpendiculaire abaissée du sommet de l'angle droit sur l'hypoténuse a, on aura

$$\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}=\frac{1}{d^2}.$$

2. THÉORÈME II. — *Lorsque deux triangles rectangles sont semblables, le produit des hypoténuses est égal à la somme des produits des côtés homologues des angles droits.*

De sorte que, si a', b', c' sont les côtés d'un second triangle rectangle semblable au premier, il viendra

$$aa'=bb'+cc'.$$

3. THÉORÈME III. — *Lorsque deux triangles rectangles sont semblables, la somme des produits des inverses des côtés homologues des angles droits est égale au produit des inverses des perpendiculaires abaissées des sommets des angles droits sur les hypoténuses.*

C'est-à-dire que si d' est la perpendiculaire homologue à d, on aura

$$\frac{1}{bb'}+\frac{1}{cc'}=\frac{1}{dd'}.$$

4. Théorème IV. — *Lorsque deux polygones semblables sont terminés par les côtés homologues a et a', b et b', c et c',..., comprenant les angles* A, B,...; *dans toute relation entre a, b, c,... et les angles* A, B,..., *on peut remplacer les côtés a, b, c,... respectivement par les moyennes géométriques $\sqrt{aa'}$, $\sqrt{bb'}$, $\sqrt{cc'}$,... entre a et a', b et b', c et c'.*

Ainsi, pour deux triangles semblables, il viendra

$$aa' = bb' + cc' - 2\sqrt{bb'}.\sqrt{cc'}.\cos A.$$

5. *Remarque.* — Le théorème I établit une relation entre la tangente, la normale et la coordonnée correspondante d'une courbe, dans le cas d'axes quelconques, tandis que le théorème III exprime une relation entre les deux tangentes, les deux normales et les deux coordonnées du point de contact dans le cas de coordonnées rectangulaires, c'est-à-dire que

$$\frac{1}{\mathrm{T}_x^2} + \frac{1}{\mathrm{N}_x^2} = \frac{1}{y^2 \sin^2\theta}, \quad \frac{1}{\mathrm{T}^y} + \frac{1}{\mathrm{N}_y^2} = \frac{1}{x^2 \sin^2\theta};$$

$$\frac{1}{\mathrm{T}_x \mathrm{N}_y} + \frac{1}{\mathrm{T}_y \mathrm{N}_x} = \frac{1}{xy},$$

θ représentant l'angle des axes dans l'application du théorème I.

Les démonstrations de ces théorèmes sont très-faciles.