

W. H. BESANT

Exercices pour la licence

Nouvelles annales de mathématiques 2^e série, tome 10
(1871), p. 284-286

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1871_2_10__284_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1871, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

EXERCICES POUR LA LICENCE;

PAR M. W. H. BESANT,
du collège de Saint-Jean à Cambridge.

NOTES SUR LES ROULETTES ET LES GLISSETTES.

Cet ouvrage contient une exposition assez complète de
la théorie des courbes engendrées par un point, ou enve-

loppées par une ligne lorsque ce point ou cette ligne sont entraînés dans le mouvement de roulement ou de glissement d'une ligne donnée sur des figures fixes.

On sait que depuis longtemps le nom de *roulettes* a été donné aux lignes résultant du roulement d'une figure déterminée sur une autre figure fixe. L'auteur a, par analogie, donné le nom de *glissettes* aux lignes engendrées par le glissement d'une figure déterminée sur des points ou des lignes fixes.

Nous donnons ici, à titre d'exercices préparatoires à la licence, les principaux théorèmes et exercices compris dans l'ouvrage de M. Besant.

I. — *Roulettes.*

1. Soient p la perpendiculaire abaissée d'un point fixe O sur la tangente en un point P d'une courbe, et φ son inclinaison sur une ligne fixe; alors :

1° La perpendiculaire abaissée du point O sur la normale a pour valeur $\frac{dp}{d\varphi}$;

2° Le rayon de courbure en P est égal à $p + \frac{d^2p}{d\varphi^2}$.

2. La relation $p = f(\varphi)$ entre p et φ est appelée *équation tangentielle polaire de la courbe* (M. FERRERS, *Cambridge and Dublin Mathematical Journal*, 1855). On peut remarquer que cette équation n'est autre que l'équation polaire de la podaire du point O pris comme pôle, et la ligne fixe comme axe polaire.

3. Trouver l'équation tangentielle polaire de la ligne tracée par un point.

4. *Exemple.* — Trouver la roulette du foyer d'une parabole roulant sur une ligne droite.

Trouver le lieu du pôle de la ligne $r = a(1 - \cos \theta)$ roulant sur son axe.

5. Ayant, en x et y , l'équation de la roulette, trouver l'équation de la courbe mobile.

6. *Exemples.* — La roulette est la chaînette

$$y = \frac{c}{2} \left(e^{\frac{x}{c}} + e^{-\frac{x}{c}} \right).$$

La roulette est la parabole $y^2 = 4ax$.

La roulette a pour équation $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

7. Trouver l'équation tangentielle et l'équation à termes finis de l'épicycloïde.

Trouver l'équation de cette courbe en fonction de p et r .

8. Une courbe roule sur une autre; on demande de trouver le lieu d'un point de son plan.

9. Une courbe roule sur une droite; trouver la courbure du lieu d'un point de son plan.

10. Si une courbe roule sur une ligne fixe d'un arc δs , l'angle dont a tourné une ligne du plan de la ligne mobile est $\delta s \left(\frac{1}{\rho} + \frac{1}{\rho'} \right)$, ρ et ρ' étant les rayons de courbure du point de contact.

11. Une courbe roule sur une courbe fixe; trouver la courbure de la roulette tracée par un point qu'elle entraîne.

12. Si une courbe roule sur une droite, l'arc de la roulette est égal à l'arc correspondant de la podaire.

13. Lorsqu'une courbe roule sur une courbe fixe, l'arc élémentaire de la roulette est à l'arc correspondant de la podaire dans le rapport de $\rho + \rho'$ à ρ' , ρ étant le rayon de courbure de la courbe mobile, et ρ' celui de la courbe fixe.

(*La suite prochainement.*)
