

Problème d'algèbre

Nouvelles annales de mathématiques 2^e série, tome 10 (1871), p. 323

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1871_2_10__323_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1871, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

PROBLÈME D'ALGÈBRE.

Trouver les valeurs entières générales de x, y, z telles, que les quantités $xy - 1, yz - 1, zx - 1$ soient simultanément des carrés. (A. MARTIN.)

SOLUTION DE M. S. BILLS.

Soit

$$xy - 1 = p^2,$$

alors

$$x = \frac{p^2 + 1}{y};$$

et si nous posons

$$z = x + y \pm 2p,$$

nous aurons, en remplaçant x par cette valeur,

$$\begin{aligned}xz - 1 &= x^2 + xy \pm 2px - 1 = x^2 + p^2 \pm 2px = (x \pm p)^2, \\yz - 1 &= yx + y^2 \pm 2py - 1 = y^2 + p^2 \pm 2py = (y \pm p)^2.\end{aligned}$$

Ces valeurs satisfont donc aux conditions proposées.

Pour trouver des valeurs entières, il suffit de prendre pour y un diviseur de $p^2 + 1$; chaque valeur que l'on donne à p donne deux valeurs pour z .

Exemples :

$$p = 1, \quad y = 1, \quad x = 2, \quad z = 5 \quad \text{ou} \quad 1,$$

$$p = 2, \quad y = 1, \quad x = 5, \quad z = 2 \quad \text{ou} \quad 10,$$

$$p = 3, \quad y = 2, \quad x = 5, \quad z = 1 \quad \text{ou} \quad 13,$$

$$p = 4, \quad y = 5, \quad x = 10, \quad z = 1 \quad \text{ou} \quad 29.$$

(Extrait de *The Educational Times*.)