NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

COMPAGNON

Note sur les éléments de géométrie

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 11 (1872), p. 127-128

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1872_2_11__127_0>

NOTE SUR LES ÉLÉMENTS DE GÉOMÉTRIE;

PAR M. COMPAGNON,

Professeur au collége Stanislas.

Sur la bissectrice d'un angle et sur les bissectrices des angles d'un triangle.

Euclide, dans le premier Livre de ses *Éléments* (prop. IX), donne le moyen de mener la bissectrice d'un angle et, à partir de là, il n'est plus question de bissectrice que dans le quatrième Livre (prop. IV), lorsqu'il s'agit d'inscrire une circonférence dans un triangle donné. Or, ce dernier problème laisse à désirer, en ce qu'Euclide n'établit pas qu'on ne peut inscrire dans un triangle qu'une seule circonférence.

Legendre ne résout les deux problèmes précédents qu'à la fin de son second Livre (probl. V et XV); mais il ne démontre pas non plus que dans un triangle on ne peut inscrire qu'une seule circonférence.

M. Blanchet (qui a augmenté et modifié les *Éléments* de Legendre), a voulu éviter cette lacune, en démontrant dans le premier Livre (prop. XXI, 1re édit.) que la *bissectrice d'un angle est le lieu géométrique des points situés dans l'intérieur de cet angle, qui sont également distants de ses côtés*. Pour cela, il démontre d'abord une proposition directe, puis la proposition contraire et, au moyen de ces deux propositions, il peut conclure le lieu en question. Seulement, dans la démonstration de la proposition contraire, il emploie deux droites perpendiculaires à un même côté de l'angle considéré et il n'établit pas que ces deux droites ne peuvent pas se rencontrer.

D'ailleurs, il ne s'occupe pas du cas où l'angle proposé est obtus, ce qui rend encore sa démonstration incomplète.

Dans sa 7e édition (Liv. I, prop. XX), je vois que M. Blanchet a laissé la proposition contraire et qu'il lui a substitué la proposition réciproque; mais, lorsque l'angle proposé est obtus, si d'un point pris dans l'intérieur de cet angle on abaisse sur les côtés deux perpendiculaires, dont l'une tombe au sommet de l'angle ou sur le prolongement d'un côté au delà du sommet, et que l'on suppose ces perpendiculaires égales, la démonstration de la réciproque est tout à fait en défaut. A la vérité, il serait facile d'établir d'abord que ces deux perpendiculaires ne peuvent être égales; encore serait-il bon de le faire voir.

Le mieux, ce me semble, est de démontrer d'abord la proposition directe, puis la proposition contraire, en rejetant ces propositions après la théorie des parallèles, soit à cause des deux perpendiculaires à un même côté que j'ai signalées ci-dessus, soit parce que ces deux propositions et le lieu géométrique qui en résulte conduisent naturellement à se demander ce qui arriverait si les côtés de l'angle étaient remplacés par deux droites parallèles.

Ce n'est pas sans hésitation que je me décide à publier cette Note, à cause de son peu d'importance; toutefois, comme mes observations s'adressent également à tous les auteurs qui ont imité Legendre ou qui ont rédigé des éléments de géométrie, conformes aux programmes officiels (ce qui revient à très-peu près à avoir imité Legendre), j'ai cru utile de les faire connaître. Du reste, ces observations s'appliquent aussi aux éléments de géométrie, publiés à l'étranger, que j'ai entre les mains.