NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

Correspondance

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 14 (1875), p. 229-232

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1875_2_14__229_2>

CORRESPONDANCE.

1. *Extrait d'une lettre de M. Moret-Blanc.* — Les lois relatives aux fractions périodiques, énoncées dans le numéro de décembre, t. XIII, p. 569-571, donnent lieu à quelques observations assez importantes :

1° Dans la loi I, il n'est pas nécessaire que le dénominateur soit un nombre *premier :* il suffit qu'il ne soit divisible ni par 2 ni par 5, ou, en d'autres termes, que la fraction décimale soit périodique simple.

En effet, soient A un nombre impair non divisible par 5, a le nombre entier formé par une période de la fraction décimale équivalente à $\frac{1}{A}$; le nombre analogue pour la fraction complémentaire $\frac{A-1}{A}$ sera $(A-1)a$; soit n le nombre des chiffres de chaque période.

A et a étant diviseurs de 10^n-1 sont des nombres impairs non divisibles par 5, et par conséquent terminés par l'un des chiffres 1, 3, 7, 9.

Les fractions $\frac{1}{A}$ et $\frac{A-1}{A}$ étant complémentaires, on a

$$a+(A-1)a=Aa=10^n-1.$$

Ainsi le produit Aa est terminé par un 9; par suite, si le dernier chiffre à droite de A est 1, 3, 7, 9, le dernier chiffre à droite de a sera 9, 3, 7, 1.

2° Dans les lois II et III, au contraire, et dans les quatre suivantes qui en sont des corollaires, il faut que A soit un nombre premier, ou du moins qu'il soit premier avec 10^n-1, $2n$ étant le nombre des chiffres de la période.

Exemple : $\frac{1}{33}=0{,}030303\ldots$

La période est 03; la somme des chiffres est 3, et non pas 9, et la somme des restes est 11 et non 33.

3° Je ne saisis pas le sens de la loi VIII; le commencement de la phrase paraît omis (*).

4° Dans la loi IX, il n'est pas nécessaire que le diviseur terminé par 9 soit un nombre premier. Toutes les fois que le dividende partiel est terminé par zéro et le diviseur par 9, le reste est terminé par le chiffre du

(*) Cette omission a été depuis réparée. *Voir* t. XIV, p. 191 et 192.

quotient. En effet soit a ce chiffre ; le reste est de la forme $10m - 9a = 10(m-a) + a$: le dernier chiffre est donc a.

5° La loi X est évidemment inexacte. Soit $\frac{M}{A} = N + \frac{m}{A}$: c'est la fraction $\frac{m}{A}$ et non son complément qu'il faut ajouter au nombre entier N. Cela est tellement évident que l'énoncé même en devient superflu.

Ces observations m'ont paru nécessaires pour rétablir la complète exactitude des lois énoncées. Je ne sais si la première de ces lois avait déjà été remarquée.

2. M. *Lez* et M. *E. Barisien,* élève à l'École Polytechnique, nous ont communiqué une rectification des calculs (*) qui ont fait conclure à tort, à l'auteur de la solution (t. XII, 2e série, p. 451-453), que la proposition (1006) n'était pas rigoureusement exacte.

L'exactitude de cette proposition a déjà été constatée par M. Bourguet (t. XIII, p. 538), au moyen d'une analyse différente de celle de MM. Lez et Barisien.

3. *Extrait d'une Lettre de M. Poujade.* — Dans le numéro d'octobre dernier des *Nouvelles Annales,* M. Fouret réclame contre une rectification qui a été faite à l'énoncé donné par lui à la question 1109, et à ma solution que vous avez insérée. Il me semble qu'il a tort.

Lorsqu'on cherche à construire une parabole, connaissant une tangente, son point de contact et deux autres points de la courbe, on trouve, quand le problème est possible, deux solutions et deux points où le diamètre

(*) Tome XII, page 452, l'angle BOM ou φ a été confondu avec le complément de l'angle excentrique correspondant au point M, et de là les égalités inexactes $x = a \sin\varphi$, $y = b \cos\varphi$.

du point de contact rencontre la corde des deux points donnés. L'un est entre ces deux points et l'autre se trouve sur le prolongement de la corde au delà de son intersection avec la tangente. Une corde de la parabole peut couper un diamètre au dehors de la courbe ; c'est pour n'y avoir pas songé que j'avais conclu à l'exactitude de l'énoncé, et M. Fouret semble tomber dans la même erreur.

Soient AB la corde, CT la tangente, C son point de contact, I le point où elle est coupée par la corde, enfin CD le diamètre rencontrant la corde en D. Il est aisé de voir que $\overline{ID}^2 = IA . IB$; la longueur ID portée de l'autre côté de I en ID' détermine un second diamètre CD' et une parabole réelle répondant aux conditions.

4. Mêmes observations de M. Bourguet au sujet de la question 1109.