

G. ZOLOTAREFF

Sur la série de Lagrange

Nouvelles annales de mathématiques 2^e série, tome 15
(1876), p. 422-423

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1876_2_15__422_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1876, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

SUR LA SÉRIE DE LAGRANGE;

PAR M. G. ZOLOTAREFF,

Professeur à l'Université de Saint-Petersbourg.

Soit

$$(1) \quad z = a + x\varphi(z)$$

une équation entre les variables x et z , et $F(z)$ une fonction qu'il faut développer en série ordonnée suivant les puissances croissantes de x .

A cet effet, je considère une intégrale définie

$$S_n = \int_a^z [\varphi(u) + a - u]^n F'(u) du.$$

En la différentiant par rapport au paramètre a , on aura

$$\frac{dS_n}{da} = nS_{n-1} - x^n \varphi^n(a) F'(a);$$

il en résulte, en posant

$$n = 1, 2, \dots, n,$$

les formules suivantes :

$$(1) \quad S_0 = x \varphi(a) F'(a) + \frac{dS_1}{da},$$

$$(2) \quad 2S_1 = x^2 \varphi^2(a) F'(a) + \frac{d^2 S_1}{da^2},$$

.....

$$(n) \quad nS_{n-1} = x^n \varphi^n(a) F'(a) + \frac{dS_n}{da}.$$

Remplaçant maintenant dans la première équation S_1 par sa valeur tirée de la deuxième, puis S_2 par sa valeur tirée de la troisième équation, etc., on aura enfin

$$(\alpha) \quad \left\{ \begin{aligned} S_0 &= x \varphi(a) F'(a) + \frac{x^2}{1.2} \frac{d[\varphi(a) F'(a)]}{da} \\ &+ \frac{x^3}{1.2.3} \frac{d^2[\varphi^2(a) F'(a)]}{da^2} + \dots + R_n, \end{aligned} \right.$$

R_n désignant, pour abrégé, la quantité

$$(\alpha) \quad \frac{1}{1.2.3\dots n} \frac{d^n}{da^n} \left\{ \int_a^z [x \varphi(u) + a - u]^n F'(u) du \right\}.$$

En ayant égard à ce que

$$S_0 = F(z) - F(a),$$

on voit que la formule (α) présente la série de Lagrange avec le terme complémentaire R_n .

La formule (α) pour le terme complémentaire est due à M. Popoff.