

ÉDOUARD LUCAS

**De la trisection de l'angle à l'aide du compas
sphérique (voir 2e série, t. III, p. 222)**

Nouvelles annales de mathématiques 2^e série, tome 15
(1876), p. 8-9

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1876_2_15__8_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1876, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

DE LA TRISECTION DE L'ANGLE A L'AIDE DU COMPAS SPHÉRIQUE

(voir 3^e série, t. III, p. 222):

PAR M. ÉDOUARD LUCAS.

Dans une lettre de Descartes à Mersenne, en date du 8 octobre 1629, on trouve le passage suivant : « De diviser les cercles en 27 et 29, cela se peut mécaniquement, mais non point géométriquement; il est vrai qu'il se peut en 27, par le moyen d'un cylindre, encore que peu de gens en puissent trouver le moyen, mais non pas en 29, et, si l'on m'en veut envoyer la démonstration, j'ose vous promettre de faire voir que cela n'est pas exact. »

La construction des polygones réguliers de 3ⁿ côtés se déduit du principe suivant, qui résout le problème de la *trisection de l'angle* en se servant de figures décrites à l'aide d'un compas sur la surface d'un cylindre de révolution. Soient, en effet, ABC la base d'un cylindre de

rayon supposé égal à l'unité, A l'origine des arcs, B et C les extrémités de l'arc a donné et de l'arc supplémentaire. Du point B comme centre, on décrit sur la surface du cylindre une courbe sphérique passant par le point diamétralement opposé au point B; sur la génératrice passant par le point C, on prend un point D dont l'ordonnée est égale au cosinus de l'arc donné, et de ce point D, comme centre, on décrit sur la surface du cylindre une seconde courbe sphérique passant par le point diamétralement opposé au point C. Ces deux courbes se coupent en quatre points, situés dans un plan, dont les ordonnées sont égales à $2 \cos a$ et aux trois valeurs de l'expression $2 \cos \frac{a + 2k\pi}{3}$, et dont les projections sur la circonférence de base sont les extrémités de quatre arcs respectivement égaux à $2\pi - a$, et aux trois valeurs cherchées de l'expression $\frac{a + 2k\pi}{3}$.

Telle est, je pense, l'interprétation que l'on doit donner du passage de Descartes, rapporté plus haut. La méthode employée permet aussi de construire les racines des équations du troisième et du quatrième degré.

Vérification. — En prenant pour axe des z l'axe du cylindre, et pour axe des x le rayon passant par le point A, les sphères décrites des points B et D ont pour équations

$$(x - r \cos a)^2 + (y - r \sin a)^2 + z^2 = 4r^2,$$

$$(x + r \cos a)^2 + (y - r \sin a)^2 + (z - r \cos a)^2 = 4r^2 + r^2 \cos^2 a;$$

ces équations sont simultanément vérifiées :

1° Pour

$$x = r \cos a, \quad y = -r \sin a, \quad z = 2r \cos a;$$

2° Pour

$$x = r \cos \frac{a + 2k\pi}{3}, \quad y = r \sin \frac{a + 2k\pi}{3}, \quad z = 2r \cos \frac{a + 2k\pi}{3}.$$
