NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

Correspondance

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 15 (1876), p. 90-93

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1876_2_15__90_1>

© Nouvelles annales de mathématiques, 1876, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (http://www.numdam.org/conditions). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme Numérisation de documents anciens mathématiques

http://www.numdam.org/

CORRESPONDANCE.

Extrait d'une Lettre de M. C. Moreau, capitaine d'artillerie, à Calais. — Je viens de lire dans le numéro d'octobre des *Nouvelles Annales*, pages 438 et suivantes, l'intéressant travail de M. Vachette sur les « permutations rectilignes de $3q$ lettres égales trois à trois, quand deux lettres consécutives sont toujours distinctes ».

Je m'étais précisément occupé de la même question, il y a quelques années, et j'étais arrivé à une formule générale, dont la démonstration n'offre pas de difficulté et qui confirme les résultats obtenus par M. Vachette.

En supposant, comme le fait ce dernier, que la première et la dernière lettre de chaque permutation soient distinctes, et en désignant également par $B_{q,3}$ le nombre des permutations définies ci-dessus, j'avais trouvé, excepté pour $q=1$,

$$B_{q,3} = 3q \sum_{k=0}^{k=q} (-1)^k \frac{q(q-1)\ldots(q-k+1)}{1.2.3\ldots k} \frac{(3q-2k-1)!}{(3!)^{q-k}} f(k),$$

$$f(k) = \sum_{n=0}^{n=k} \frac{k(k-1)\ldots(k-n+1)}{1.2.3\ldots n} A_n,$$

$$A_n = (A_1 + n - 1) A_{n-1} + 2(n-1) A_{n-2},$$

$$A_0 = 1, \quad A_1 = 3q - 2k - 2.$$

En effectuant les calculs, par exemple pour $q = 7$, on obtient successivement :

$$k = 0,$$

$A_0 = 1$ . . . . $f(0) = 1$;

$$k = 1,$$

$A_0 = 1$, $A_1 = 17$ . . . . $f(1) = 18$;

$$k = 2,$$

$A_0 = 1$, $A_1 = 15$, $A_2 = 242$ . . . . $f(2) = 273$;

$$k = 3,$$

$A_0 = 1$, $A_1 = 13$, $A_2 = 184$, $A_3 = 2812$. $f(3) = 3404$;

$$k = 4,$$

$A_0 = 1$, $A_1 = 11$, $A_2 = 134$, $A_3 = 1786$,
$A_4 = 25808$ . . . . $f(4) = 33801$;

$$k = 5,$$

$A_0 = 1$, $A_1 = 9$, $A_2 = 92$, $A_3 = 1048$,
$A_4 = 13128$, $A_5 = 179048$ . . . . $f(5) = 256134$;

$$k = 6,$$

$A_0 = 1$, $A_1 = 7$, $A_2 = 58$, $A_3 = 550$,
$A_4 = 5848$, $A_5 = 68728$, $A_6 = 883216$. $f(6) = 1395217$;

$$k = 7,$$

$A_0 = 1$, $A_1 = 5$, $A_2 = 32$, $A_3 = 244$,
$A_4 = 2144$, $A_5 = 21248$, $A_6 = 233920$,
$A_7 = 2828096$ . . . . $f(7) = 4996032$;

et ensuite, en mettant en facteur $P_7 = 1.2.3.4.5.6.7$,

$$P_7 = 1.2.3.4.5.6.7,$$

$$B_{7,3} = P_7 \left\{ \begin{array}{rcr} 36212176000 & - & 72043171200 \\ 64273809600 & - & 33392559200 \\ 10931243400 & - & 2259101880 \\ 273462532 & - & 14988096 \\ \hline 111690691532 & - & 107709820376 \end{array} \right\}$$

ou enfin

$$B_{7,3} = 3980871156\, P_7.$$

C'est bien le nombre auquel M. Vachette est parvenu par une autre voie (page 457 de l'article précité).

Extrait d'une lettre de M. E. Lucas. — On lit, page 305 du tome XIII de la 2e série, article de M. Transon :

« Enfin je ferai voir que Wronski... », et page 316 : « Toutefois si l'on accorde que la priorité d'une idée... ».

Or on lit, dans la *Géométrie de position* de Carnot, antérieure de *seize* ans à l'ouvrage cité de Wronski, pages 336 et 337 :

« Il me semble même que la Géométrie ne devrait point se borner là, et qu'elle pourrait embrasser les mouvements qui ne résultent pas de l'action et de la réaction des corps les uns sur les autres. . . .

» Or ce problème est absolument indépendant des règles de la communication des mouvements, puisque, par hypothèse, il n'y a aucun mouvement communiqué, ni détruit : les mouvements qui ont lieu alors peuvent donc être appelés *mouvements géométriques*, et leur recherche n'appartient point à la Mécanique proprement dite ; elle est du ressort de la Géométrie, et je crois que, pour compléter cette dernière science, il faudrait que les propriétés de ces mouvements y fussent développées. »

Et plus loin, page 338 :

« Les grandes difficultés analytiques qu'on rencontre dans la science de l'équilibre et du mouvement viennent principalement de ce que la théorie des mouvements géométriques n'est point faite ; elle mérite donc toute l'attention des savants. »

Ainsi l'idée de la Cinématique n'est ni d'Ampère, ni de Wronski; elle appartient tout entière à Carnot, ou peut-être à un géomètre plus ancien.