

Questions

Nouvelles annales de mathématiques 2^e série, tome 16 (1877), p. 286-288

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1877_2_16__286_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1877, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

QUESTIONS.

1235. On donne une ellipse de centre O . Prenons un point m de cette courbe et appelons μ le centre de courbure de l'ellipse correspondant à m . Menons la droite μO et désignons par t le point où elle rencontre la tangente en m à l'ellipse. On demande :

1° Quel est le lieu décrit par t lorsque m parcourt l'ellipse ;

2° De démontrer que la tangente en t à ce lieu rencontre $m\mu$ en un point r tel que $mr = \frac{m\mu}{2}$.

(MANNHEIM).

1236. On donne un tétraèdre $ABCD$ et deux points E, F ; on construit deux autres tétraèdres $EABC, FABC$. Les faces de $FABC$ coupent les arêtes de $EABC$ aux points G, H, I . On détermine sur ces mêmes arêtes trois autres points K, L, M tels, qu'on ait

$$\frac{EG}{EK} : \frac{AG}{AK} = \frac{EH}{EL} : \frac{BH}{BL} = \frac{EI}{EM} : \frac{CI}{CM} = \frac{1}{2}.$$

Prouver :

1° Que les quatre plans analogues à KLM passent par un même point ;

2° Que ce point décrit un plan tangent au cône passant par les cinq droites EA, EB, . . . , le long de la génératrice EF, lorsque les cinq points A, B, C, D, F décrivent arbitrairement ces mêmes droites.

(BOURGNET.)

1237. Ayant posé, pour abrégé,

$$P = \frac{\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 + \delta^2 - \alpha + \beta + \gamma + \delta}{2},$$

$$Q = \frac{\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 + \delta^2 + \alpha - \beta + \gamma + \delta}{2},$$

$$R = \frac{\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 + \delta^2 + \alpha + \beta - \gamma + \delta}{2},$$

$$S = \frac{\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 + \delta^2 + \alpha + \beta + \gamma - \delta}{2},$$

où $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ sont des entiers donnés, on propose de décomposer, au moyen de formules directes, l'expression

$$P^2 + Q^2 + R^2 + S^2$$

en deux facteurs représentés, chacun, par une somme de quatre carrés entiers. (S. REALIS.)

1238. A chaque racine réelle k de l'équation à coefficients réels

$$y^3 + (4p + 1)y + 8q = 0,$$

correspond une racine appartenant à l'équation

$$x^3 + px + q = 0,$$

et comprise entre $\frac{k-1}{2}$ et $\frac{k+1}{2}$.

(S. REALIS.)

1239. L'équation

$$x^3 - 6\alpha\beta x - 3\alpha\beta(\alpha + \beta) = 0,$$

dans laquelle α et β sont des entiers quelconques qui n'annulent pas le dernier terme, n'a pas de racine entière. (S. REALIS.)

1240. L'équation

$$x^3 - (\beta - \gamma)x + \alpha\gamma = 0,$$

dans laquelle α et γ sont des entiers plus grands que zéro, et β est un entier satisfaisant à la condition

$$\alpha^2 > \beta \geq (\alpha - 1)^2,$$

ou bien à la condition

$$\alpha^2 < \beta \leq (\alpha + 1)^2,$$

a au moins une racine réelle incommensurable.

(S. REALIS.)

1241. Trouver l'enveloppe d'un plan passant par les extrémités de trois diamètres conjugués d'un ellipsoïde. Montrer que ce lieu est le même que celui du centre de la section faite dans la surface par le plan variable. (GENTY.)

1242. On donne, dans un plan, un triangle, une conique circonscrite et une droite quelconque. On prend le milieu (toujours réel) de la droite, considérée comme corde de la conique, et les symétriques, par rapport à ce milieu, des trois points où la droite rencontre les côtés du triangle. Démontrer que les trois droites obtenues en joignant ces symétriques aux sommets opposés du triangle vont concourir sur la conique.

(J.-J.-A. MATHIEU.)
