

Compositions écrites données à l'École polytechnique en 1877

Nouvelles annales de mathématiques 2^e série, tome 16
(1877), p. 377-381

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1877_2_16__377_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1877, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

*Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques*

<http://www.numdam.org/>

COMPOSITIONS ÉCRITES DONNÉES A L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE
EN 1877.

CONCOURS D'ADMISSIBILITÉ.

Composition de Mathématiques.

Première question. — On donne la surface qui, par rapport à un système de plans coordonnés rectangulaires, a pour équation

$$3x^2 - 3y^2 + z^2 - 2yz - 4xz + 8xy - 8x + 6y + 2z = 0.$$

On demande de trouver l'équation de la même surface par rapport à un système de plans principaux.

On admettra comme connue l'équation générale des plans diamétraux, et l'on fera directement sur l'équation donnée les raisonnements et les calculs nécessaires pour la solution de la question proposée.

Seconde question. — Démontrer que dans une équation à coefficients réels, qui a toutes ses racines réelles, le nombre des racines positives est égal au nombre des variations du premier membre ordonné suivant les puissances de l'inconnue. On supposera démontrée la règle des signes de Descartes.

Tracé graphique.

Sphère avec trou cylindrique.

Données. — La sphère (o, o') est tangente aux deux plans de projection; son rayon est de 50 millimètres. Le cylindre est de révolution autour d'un axe $(\omega u, o' u')$ parallèle à la ligne de terre LT ; son rayon est de 42 millimètres; enfin il touche la sphère au point de cette surface qui est le plus éloigné du plan vertical de projection.

1° *Recherche de l'intersection de la sphère et du cylindre* : $qspr$, sphère auxiliaire inscrite au cylindre; pq, rs , projections horizontales des cercles communs à la sphère auxiliaire et aux surfaces données; m , projection horizontale d'un point de l'intersection; m' , projection verticale obtenue au moyen du cercle de front $(nm, n' m')$. Points sur le contour apparent vertical de la sphère, $(a, a'), (a, a''), (g, g'), (g, g'')$. Points où la tangente est horizontale, $(b, b'), (b, b''), (d, d'), (d, d'')$.

2° *Projection auxiliaire sur un plan vertical* $L_1 T_1$, tel que le nouveau contour apparent vertical de la sphère

touche les cercles o et o' . Points sur le contour apparent de la sphère, (c, c_1) (c, c_2) . Points où la tangente est horizontale, (b, b_1) , (b, b_2) , (d, d_1) , (d, d_2) .

Les nombres indiqués dans cette légende pour les rayons du cylindre et de la sphère sont relatifs au croquis-modèle. Pour exécuter leur épure, les élèves augmenteront chacun de ces nombres du tiers de sa valeur; les lignes de construction seront faites à l'encre rouge.

Composition de Physique.

- 1° Lois du mélange des gaz.
- 2° Télescope de Newton; son grossissement.

Composition de Chimie.

- 1° Acide hypochloreux.
- 2° Oxyde de carbone.
- 3° Analyse du bioxyde d'azote.

CONCOURS D'ADMISSION.

Composition de Mathématiques.

On donne l'équation $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ d'une hyperbole rapportée à ses axes, et les coordonnées ξ et η d'un point M de son plan.

Par le point M on mène deux tangentes à l'hyperbole la touchant aux points A et B; trouver l'équation du cercle passant par les points A, B et le centre O de l'hyperbole.

Ce cercle rencontre l'hyperbole en deux points C et D distincts de A et de B; trouver l'équation de la droite CD.

Si le point M décrit une droite du plan, aux diverses

positions du point M correspondront diverses positions de la droite CD : quel est le lieu des pieds des perpendiculaires abaissées du centre de l'hyperbole sur ces droites?

Lavis à l'encre de Chine.

Faire le lavis à l'encre de Chine, d'une surface cylindrique de 10 centimètres de diamètre sur 15 centimètres de hauteur. Ce cylindre devra se détacher sur un fond formé d'une teinte plate grise ; il reposera sur un socle dont la surface plane sera indiquée par une teinte plate d'une très-faible intensité.

Le modèle de cette surface cylindrique pourra être fait à teintes fondues ou adoucies, ou bien à teintes plates superposées.

On admettra que le rayon de lumière a pour projections horizontale et verticale des lignes inclinées à 45 degrés sur la ligne de terre. Le cadre limitant le dessin aura 24 centimètres de haut sur 18 centimètres de large.

Calcul trigonométrique.

Étant donnés dans un triangle deux côtés et l'angle compris, savoir :

$$a = 28319,15$$

$$b = 37402,08$$

$$C = 28^{\circ}15'35'',32,$$

trouver les deux angles A et B, le troisième côté c et la surface S.

Composition française.

Apprécier ces deux vers de Marmontel :

Du devoir il est beau de ne jamais sortir,
Mais plus beau d'y rentrer avec le repentir.

Ne pourrait-on pas dire, au contraire, qu'il est bien de rentrer dans le devoir, mais qu'il est mieux de n'en pas sortir?

L'erreur de Marmontel ne vient-elle pas de ce qu'il a dit *beau* au lieu de *difficile*?

Rien n'est plus difficile à qui s'est laissé glisser sur la pente du mal que de s'y retenir et de triompher de l'habitude, qui devient si vite une seconde nature.

Mais rien n'est plus beau que de ne jamais faillir, tant les occasions, les mauvais conseils, les mauvais exemples, nos passions, nos intérêts, nous poussent à mal faire.

Composition de Géométrie descriptive.

On donne deux points A et B situés sur une droite verticale; le point A est à 6 centimètres au-dessus du plan horizontal de projection, et le point B à 2 centimètres au-dessus du point A.

La verticale AB est l'axe d'un hyperboloïde de révolution; le cercle de gorge a pour centre le point A et pour rayon 4 centimètres; le parallèle P, qui a pour centre le point B, a son rayon égal à 5 centimètres.

On prend sur le cercle P un point C tel que le rayon BC soit incliné à 45 degrés sur le plan vertical de projection; puis on décrit une sphère ayant pour centre le point C et pour rayon 8 centimètres.

On demande de représenter le solide compris entre la surface de l'hyperboloïde, le plan du parallèle P et le plan horizontal de projection, en supposant enlevée la partie de ce corps qui est comprise dans la sphère.
