Concours d'admission à l'École polytechnique (année 1879)

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 18 (1879), p. 422-424

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1879_2_18__422_1>

CONCOURS D'ADMISSION A L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE (ANNÉE 1879);

Compositions de la première série. Admissibilité.

Mathématiques.

I. Comment déduit-on du théorème de Sturm les conditions de réalité de toutes les racines d'une équation algébrique de degré donné?

II. Construire la courbe dont l'équation en coordonnées polaires est

$$\rho = \frac{\sin\omega}{2\omega - 3\cos\omega}.$$

Compositions du second degré.

Mathématiques.

On donne une conique rapportée à ses axes

$$\frac{x^2}{A} + \frac{y^2}{B} = 1$$

et un point M sur cette conique; par les extrémités d'un diamètre quelconque de la courbe et le point M on fait passer un cercle : prouver que le lieu décrit par le centre de ce cercle est une conique K passant par l'origine O des axes.

Si autour du point O on fait tourner deux droites rectangulaires, elles rencontrent la conique K en deux points : prouver que le lieu des points de rencontre des tangentes menées en ces points est la droite perpendiculaire au segment OM et passant par le milieu de ce segment.

Par le point O on peut mener, indépendamment de la normale qui a son pied au point O, trois autres droites normales à la conique K.

1° Dans le cas particulier où la conique donnée est une hyperbole équilatère et où l'on a $A = 1$ et $B = -1$, montrer qu'une seule de ces normales est réelle et calculer les coordonnées de son pied.

2° Dans le cas général, trouver l'équation du cercle circonscrit au triangle formé par les pieds de ces trois normales.

Observation. — Le pied de la normale est le point de la courbe d'où part la normale.

Calcul logarithmique (résolution d'un triangle).

On donne les trois côtés d'un triangle :

$$a = 7953^{\text{m}},75, \quad b = 5102^{\text{m}},40, \quad c = 10805^{\text{m}},10.$$

Trouver les trois angles et la surface, les angles au centième de seconde, la surface au mètre carré.