Questions

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 18 (1879), p. 477-480

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1879_2_18__477_1>

QUESTIONS.

1328. Étant données les équations

$$(1)\qquad 5x^2+5y^2-z^2+60x-24z=0,$$

$$(2)\qquad 25x^2+25y^2+z^2-15xz=0,$$

$$(3)\qquad 75x^2+75y^2+2z^2+5yz-45xz=0,$$

représentant des surfaces rapportées à un même système d'axes rectangulaires, on demande : 1° de trouver le genre de chaque surface; 2° de trouver l'intersection des surfaces (1) et (2); 3° de trouver les projections sur les plans coordonnés de l'intersection des surfaces (1) et (3).

(Ernest Lebon.)

1329. Soit la série récurrente

$$0,\ 1,\ 1,\ 2,\ 3,\ 5,\ 8,\ 13,\ 21,\ 34,\ \ldots,$$

telle que

$$u_{n+2}=u_{n+1}+u_n;$$

trouver la somme des n premiers termes de la série

$$\frac{1}{1.2}+\frac{2}{1.3}+\frac{3}{2.5}+\frac{5}{3.8}+\cdots+\frac{u_{n+2}}{u_{n+1}u_{n+3}}.$$

(F. Lucas.)

1330. Les nombres x, y, z étant exprimés par les formules

$$\begin{aligned} x &= 2(\alpha^2 - \beta^2 - \gamma^2 + \delta^2) + 2\alpha(2\beta + 3\gamma + 4\delta),\\ y &= 2(-\alpha^2 + \beta^2 - \gamma^2 + \delta^2) + 2\beta(2\alpha + 3\gamma + 4\delta),\\ z &= 3(-\alpha^2 - \beta^2 + \gamma^2 + \delta^2) + 4\gamma(\alpha + \beta + 2\delta), \end{aligned}$$

où α, β, γ, δ sont des entiers de signes quelconques, on peut énoncer les propriétés suivantes :

1° L'expression $x^2 + y^2 + z^2$ se réduit toujours à une somme de deux carrés.

2° Pour des valeurs entières convenables de α, β, γ, δ, tout nombre N, qui est égal à la somme de deux carrés entiers, et à la somme de trois carrés entiers, peut être représenté par l'expression ci-dessus, dont les termes ont été préalablement débarrassés des facteurs communs inutiles. (S. Realis.)

1331. On donne une conique (S), un point fixe A sur cette conique, une droite (D) et un point fixe a sur cette droite.

Une conique osculatrice à (S) au point A, et passant au point a, coupe de nouveau la conique (S) et la droite (D) en des points b et c, respectivement ; démontrer que la droite bc coupe (S) en un point fixe f.

(Genty.)

1332. Une droite SA pivote autour du sommet S d'une parabole qu'elle rencontre en A, et de ce point A on abaisse une perpendiculaire AP sur la tangente au sommet.

1° On joint le point P au pied D de la directrice par une droite qui rencontre AS en M.

2° On joint le point P au foyer F par une droite qui rencontre AS en N ;

3° On abaisse de P sur AS une perpendiculaire qui coupe AS au point Q, et l'on prolonge PQ d'une quantité égale QR.

Démontrer que :

Le point M décrit une hyperbole;

Le point N, une ellipse;

Le point Q, un cercle;

Et le point R, une strophoïde. (Ed. Guillet.)

1333. Étant donnée une spirale logarithmique, on trace la polaire du pôle de cette spirale, par rapport à un cercle osculateur à la courbe. Trouver l'enveloppe de toutes les polaires ainsi obtenues. (Laisant.)

1334. Un quadrilatère est circonscrit à un cercle dont le rayon est r, et ses sommets sont sur un autre cercle dont le rayon est R; si D représente la distance des centres des cercles, démontrer que le rectangle des diagonales du quadrilatère est égal à $\frac{8R^2r^2}{R^2-D^2}$.

(C. Leudesdorf, M. A.)

(Extrait du Journal anglais : *The educational Times.*)

1335. Démontrer :

1° Que les solutions entières et positives de l'équation $24x^2+1=y^2$, dont les deux premières sont $x=0$ et $y=1$; $x=1$ et $y=5$, se déduisent chacune des deux précédentes en retranchant l'avant-dernière valeur de x ou de y de dix fois la dernière pour obtenir la suivante;

2° Que les solutions entières et positives de l'équation $2x^2+1=3y^2$, dont les deux premières sont $x=1$ et $y=1$; $x=11$ et $y=9$, s'obtiennent comme celles de l'équation précédente (1°);

3° Que toute valeur du nombre $X = 3x^2 + 2$ (2°), ayant la double propriété d'être égal à la somme des carrés de trois entiers consécutifs et à celle des carrés de deux entiers consécutifs est de la forme $360n + 5$.

(LIONNET.)

1336. Deux droites g, g', contenant deux séries homographiques des points $A, B, C, D, \ldots$ et $A', B', C', D', \ldots$ sont données. Les droites AA', BB', CC', DD', ... enveloppent une conique; quel est le lieu des milieux de ces droites? (DROZ.)

1337. Trouver un cercle par rapport auquel la cissoïde se transforme en elle-même par polaires réciproques. (G. FOURET.)

Note — M. Robaglia a résolu les questions 1311, 1314, 1317; et M. Droz, la question 1314, et les questions du Concours général de 1878, proposées pour les classes de philosophie, de seconde et de troisième. Ces différentes solutions nous sont parvenues trop tard pour qu'il ait été possible d'en faire mention dans le numéro de septembre.

M. Hilaire, professeur à Douai, nous a adressé une très intéressante solution d'un problème proposé en 1876 au Concours des classes de Mathématiques spéciales de l'Académie de Douai. Le défaut d'espace nous oblige à remettre cette solution à un autre numéro

Nous avons reçu de M. J.-P. Isely, professeur à Neuchâtel, un Mémoire sur les *Solutions singulières* des équations différentielles à deux variables; et de M. Maurice d'Ocagne, élève en Mathématiques spéciales, une Note sur la détermination du centre des sections coniques et des surfaces du second ordre.