ERNEST LEBON

Solution d'une question proposée en 1879 au concours d'agrégation pour l'enseignement secondaire spécial

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 19 (1880), p. 172-173

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1880_2_19__172_0>

SOLUTION D'UNE QUESTION PROPOSÉE EN 1879 AU CONCOURS D'AGRÉGATION POUR L'ENSEIGNEMENT SECONDAIRE SPÉCIAL ;

PAR M. ERNEST LEBON,
Professeur au lycée de Versailles.

Trouver l'équation de la perspective d'une hélice, le tableau étant perpendiculaire à son axe et le point de vue S *étant sur cet axe.*

Prenons pour origine le pied s de l'axe sur le tableau ; pour axes de coordonnées rectangulaires l'axe sz de l'hélice, une droite sx passant par la trace de l'hélice sur le tableau, et une droite sy perpendiculaire à sx dans le tableau. Désignons par ω l'angle avec sx de la projection d'un rayon visuel sur le tableau, par r le rayon de l'hélice, et par h son pas. Les coordonnées de S sont o, o, c.

Les équations de l'hélice sont

$$x = r\cos\omega,\quad y = r\sin\omega,\quad z = \frac{h\omega}{2\pi} = b\omega.$$

Les équations d'une génératrice du cône de sommet S, ayant l'hélice pour directrice, sont

$$\frac{x}{r\cos\omega} = \frac{y}{r\sin\omega} = \frac{z-c}{b\omega - c}.$$

L'élimination de ω entre ces équations donne l'équation du cône S. On trouve

$$(x^2+y^2)\left(b \operatorname{arc\,tang}\frac{y}{x} - c\right)^2 - r^2(z-c)^2 = 0.$$

L'équation de la courbe perspective cherchée est obtenue en faisant $z = o$ dans l'équation précédente. En remplaçant dans l'équation de la courbe perspective $x^2 + y^2$ par ρ^2 et arc tang $\frac{y}{x}$ par sa valeur ω, on trouve, le pôle étant s et l'axe polaire sx, l'équation polaire suivante de la courbe perspective :

$$[\rho(c - b\omega) + cr][\rho(c - b\omega) - cr] = o.$$

La courbe complète est formée de deux courbes symétriques par rapport à sy, dont les équations s'obtiennent en égalant chaque facteur à zéro. Une seule de ces équations suffit, pourvu que l'on fasse varier ω de zéro à $\pm \infty$. Cette équation est celle de la courbe nommée *spirale hyperbolique*.