C. HENRY

Remarque sur un article des Nouvelles annales

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 19 (1880), p. 454-455

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1880_2_19__454_1>

REMARQUE SUR UN ARTICLE DES NOUVELLES ANNALES;

PAR M. C. HENRY.

Les Cahiers d'octobre et de novembre 1879 des *Nouvelles Annales* contiennent des formules pour calculer les puissances semblables des x premiers nombres. Ces formules nous semblent moins simples que celles données, il y a quelques années, par M. Ed. Lucas (*Recherches* *sur l'Analyse indéterminée et l'Arithmétique de Diophante*, Moulins, 1873, p. 79-88).

En effet, on a le théorème suivant : *La somme des puissances paires des x premiers nombres est algébriquement divisible par la somme des carrés des x premiers nombres, et le quotient est une fonction entière de $y = x(x+1)$, c'est-à-dire du double de la somme des x premiers nombres.* En désignant par q_{2i} le quotient de S_{2i} par S_2, on a (*Recherches sur l'Analyse indéterminée*, p. 85) les formules

$$
\begin{aligned}
5q_4 &= 3y - 1,\\
7q_6 &= 3y^2 - 3y + 1,\\
9q_8 &= 3y^3 - 6y^2 + \frac{27}{5}y - \frac{9}{5},\\
11q_{10} &= 3y^4 - 10y^3 + 17y^2 - 15y + 5,\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots
\end{aligned}
$$

De même, en désignant par q_{2i+1} le quotient de S_{2i+1} par S_3, on a

$$
\begin{aligned}
q_5 &= \frac{2}{3}y - \frac{1}{3},\\
q_7 &= \frac{1}{2}y^2 - \frac{2}{3}y + \frac{1}{3},\\
q_9 &= \frac{2}{5}y^3 - y^2 + \frac{6}{5}y - \frac{3}{5}.
\end{aligned}
$$

Enfin nous nous permettrons de faire observer que la formule (X) de la page 518 a été donnée par Jacobi (*Briefwechsel zwischen C. F. Gauss und H. C. Schumacher*, Altona, 1863, p. 299) et que l'on déduit aisément d'autres formules analogues (*Recherches d'Analyse indéterminée*, p. 84).