NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

# Concours d'admission à l'École centrale des arts et manufactures en 1879

*Nouvelles annales de mathématiques 2e série*, tome 19 (1880), p. 551-556

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1880_2_19__551_1>

## CONCOURS D'ADMISSION A L'ÉCOLE CENTRALE DES ARTS ET MANUFACTURES EN 1879.

PREMIÈRE SESSION. — ÉPREUVES ÉCRITES.

### I. — *Géométrie analytique.*

Soient deux axes rectangulaires $Ox$ et $Oy$; sur $Ox$, un point A; sur $Oy$, un point B. On considère toutes les hyperboles équilatères qui passent au point A et sont tangentes à l'axe $Oy$ au point B.

1° Former l'équation générale de ces hyperboles équilatères.

2° Trouver le lieu des points de rencontre de la tangente en A à chacune de ces hyperboles, avec les parallèles, menées par l'origine, aux asymptotes de cette même hyperbole.

3° Le lieu précédent est une parabole P : former l'équation de l'axe et l'équation de la tangente au sommet de cette parabole P; construire ces droites et déterminer géométriquement la grandeur du paramètre de cette parabole.

4° Trouver le lieu du sommet de la parabole P, quand le point A se déplace sur $Ox$, le point B restant fixe.

## II. — *Géométrie descriptive.*

*Hyperboloïde de révolution entaillé par un cône.* — L'axe $zz'$ de l'hyperboloïde est vertical, à $0^m,100$ du plan vertical et au milieu de la feuille; le cercle de gorge C, C', dont la cote vaut $0^m,080$, a $0^m,030$ de rayon, et les génératrices rectilignes de la surface font avec l'horizon un angle de 45°.

Le cône, dont le sommet $s$, $s'$ se trouve dans le plan de profil conduit par l'axe $zz'$, à $0^m,050$ en avant de cet axe et à $0^m,040$ au-dessus du cercle de gorge, a pour trace horizontale le cercle $\omega$ décrit du point $z$ comme centre, avec un rayon égal à $0^m,070$. On demande de représenter l'hyperboloïde, supposé plein et limité, d'une part, au plan horizontal P', à la cote $0^m,190$, de l'autre, au plan horizontal de projection, en supprimant la partie de ce corps comprise dans le cône. On indiquera, à l'encre rouge, les constructions employées pour déterminer un point quelconque de l'intersection des surfaces données et la tangente en ce point.

*Titre extérieur :* Intersection de surfaces.

*Titre intérieur :* Hyperboloïde entaillé par un cône.

Placer la ligne de terre parallèlement aux petits côtés du cadre, à $0^m,228$ du petit côté supérieur.

## III. — *Triangle.*

Étant donnés les trois côtés $a$, $b$, $c$ d'un triangle ABC, calculer les trois angles et l'aire du triangle :

$$a = 3457^m,205,$$
$$b = 5819^m,798,$$
$$c = 7005^m,002.$$

## IV. — *Physique et Chimie.*

**1.** Un tube barométrique, terminé par un renflement cylindrique de $0^m,05$ de hauteur, plonge dans une cuve à mercure. Il renferme de l'air raréfié qui occupe exactement le volume du renflement, lorsque la différence de niveau entre les deux surfaces de mercure est de $0^m,12$ et lorsque la pression atmosphérique est de $0^m,75$.

On soulève verticalement ce tube jusqu'à ce que la section inférieure du renflement soit à $0^m,43$ au-dessus du niveau, supposé constant, du mercure dans la cuve. Quelle est alors la différence de niveau des deux surfaces de mercure dans le tube et dans la cuve ?

Le rapport des rayons des deux parties du tube est de 1 à 2.

**2.** Préparation et propriétés chimiques de l'acide sulfhydrique.

Calculer la densité théorique de la vapeur de soufre, connaissant la composition de l'acide sulfhydrique.

Densité de l'hydrogène . . . . . . . $\delta = 0,0692$

Densité de l'acide sulfhydrique. $\delta' = 1,1912$

SECONDE SESSION. — ÉPREUVES ÉCRITES.

## I. — *Géométrie analytique.*

On donne un carré $PQP'Q'$, dont la demi-diagonale $OP = OQ = n$.

1° On demande d'écrire l'équation générale des coniques tangentes aux quatre côtés de ce carré, en distinguant les cas où ce sont des ellipses, des hyperboles ayant leurs sommets sur $OPx$, des hyperboles ayant leurs sommets sur $OQy$ ou enfin des paraboles.

2° On considère l'une quelconque des ellipses inscrites dans le carré; sur son demi-axe OA, comme hypoténuse, on construit un triangle rectangle $OAs$, dont le côté $As$ a une longueur fixe donnée $As = K$; sur la direction de l'axe OA, on prend une longueur $OS = Os$ et l'on construit une hyperbole équilatère ayant son centre en O et l'un de ses sommets en S; cette hyperbole coupe l'ellipse considérée au point M. On demande d'écrire l'équation du lieu des points M.

3° On discutera la nature et la position de ce lieu, suivant la grandeur de la ligne donnée K et suivant que OA est le demi-grand axe ou le demi-petit axe de l'ellipse considérée.

## II. — *Géométrie descriptive.*

*Solide commun à deux cônes de révolution.* — Les angles générateurs des cônes sont égaux entre eux et valent 45°. L'axe de la première surface est vertical et au milieu de la feuille; la cote du sommet est égale à $0^m,115$ et l'axe est à $0^m,105$ en avant du plan vertical. Le second cône a pour axe l'une des génératrices de front du premier et pour cote du sommet $0^m,155$.

On demande de représenter le solide commun aux deux cônes, en limitant ce solide d'une part au plan horizontal P', à la cote $0^m,195$, de l'autre au plan horizontal de projection.

On indiquera à l'encre rouge les constructions relatives à la détermination d'un point quelconque de la ligne commune aux deux cônes et de la tangente à cette ligne au même point.

*Titre extérieur :* Intersection de surfaces.

*Titre intérieur :* Solide commun à deux cônes de révolution.

Placer la ligne de terre parallèlement aux petits côtés du cadre, à $0^m,222$ du petit côté inférieur.

## III. — *Triangle.*

Étant donné, dans un triangle ABC,

$$a = 4257^m,54,$$
$$b = 354^m,682,$$
$$C = 64^\circ 42' 25'' 4,$$

calculer les angles A, B, le côté $c$ et l'aire du triangle.

## IV. — *Physique et Chimie.*

1. Un flacon à large goulot contient de l'air sous la pression de $760^{mm}$. Sa hauteur est de $0^m,20$ et celle du goulot de $0^m,08$.

On renverse ce flacon dans une cuve à mercure; on l'enfonce verticalement jusqu'à ce que la surface libre du mercure soit à $0^m,156$ du bord $ab$ du goulot. Quelle est alors la différence de niveau des deux surfaces de mercure ?

Le rapport des sections du flacon et de son goulot est égal à 4.

2. Formules relatives à la préparation des acides du phosphore : $PhO^5$ ; $PhO^5, 3HO$ ; $PhO^5, 2HO$ ; $PhO^5, HO$.

Quel est le poids d'acide phosphorique ordinaire

($PhO^5$, 3HO) que l'on peut obtenir au moyen de 500gr de phosphore?

Équivalents : $H = 1$, $O = 8$, $Ph = 32$.