

E. FAUQUEMBERGUE

Sur une question de licence

Nouvelles annales de mathématiques 2^e série, tome 20
(1881), p. 171-173

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1881_2_20__171_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1881, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

SUR UNE QUESTION DE LICENCE ;

PAR M. E. FAUQUEMBERGUE,

D'après M. Catalan (*Nouvelle Correspondance mathématique*, novembre 1880), la solution de la question de licence publiée dans ce Recueil, 2^e série, t. XX, p. 35, peut être simplifiée de la manière suivante.

Pour l'homogénéité, remplaçons C par $\frac{1}{2c}$ et ka^2 par

b^2 ; les équations du problème sont

$$\sin \Lambda = \frac{r^2 + b^2}{2cr}, \quad d\theta = \frac{dr}{r} \operatorname{tang} \Lambda.$$

De la première on tire

$$r = c \sin \Lambda = \sqrt{c^2 \sin^2 \Lambda - b^2},$$

et par conséquent

$$dr = c \cos \Lambda \left(1 \pm \frac{c \sin \Lambda}{\sqrt{c^2 \sin^2 \Lambda - b^2}} \right) d\Lambda,$$

puis

$$d\theta = \frac{c \sin \Lambda}{\sqrt{c^2 - b^2 - c^2 \cos^2 \Lambda}} d\Lambda$$

L'intégrale est, en supposant nulle la constante,

$$\theta = \operatorname{arccos} \frac{c \cos \Lambda}{\sqrt{c^2 - b^2}}.$$

La courbe (c) est donc, si l'on veut, représentée par le système des formules

$$c \sin \Lambda = \frac{r^2 + b^2}{r}, \quad c \cos \Lambda = \sqrt{c^2 - b^2} \cos \theta$$

Si l'on élimine Λ , on a l'équation unique

$$c^3 = \frac{(r^2 + b^2)^2}{r^2} + (c^2 - b^2) \cos^2 \theta,$$

ou, en coordonnées rectangulaires,

$$\frac{1}{4}(b^2 x^2 + c^2 y^2) = (x^2 + y^2 + b^2)^2,$$

équation qui peut encore s'écrire

$$(x^2 + y^2 + \sqrt{c^2 - b^2} y - b^2) (x^2 + y^2 - \sqrt{c^2 - b^2} y - b^2) = 0.$$

Sous cette forme, on reconnaît que *la courbe se compose de deux circonférences*, ou, plus exactement, les courbes (c) et (C) sont des circonférences comprises

(173)

entre deux tangentes communes menées du pôle, et dont les rayons sont dans le rapport k .