Agrégation de l'enseignement secondaire spécial (concours de 1887)

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 8 (1889), p. 280-282

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1889_3_8__280_1>

AGRÉGATION DE L'ENSEIGNEMENT SECONDAIRE SPÉCIAL (CONCOURS DE 1887).

Algèbre et Trigonométrie.

On considère un quadrilatère convexe ABCD, le centre de gravité G de sa surface, et le point de rencontre O de ses diagonales. Soient α, β, γ, δ les aires respectives des triangles GAB, GBC, GCD, GDA et α', β', γ', δ' celles des triangles OAB, OBC, OCD, ODA :

1° Démontrer que la surface S du quadrilatère est exprimée par le binôme $3\alpha - \gamma$, ou par les binômes analogues :

2° Trouver la relation entre les quatre surfaces α', β', γ', δ', puis la relation entre les surfaces α, β, γ, δ ;

3° Résoudre le quadrilatère, sachant que les distances du centre de gravité G aux côtés AB, BC, CD, DA sont respectivement (en mètres)

$$a' = \frac{8}{3}r, \qquad b' = \frac{7}{18}r, \qquad c' = \frac{10}{3}r, \qquad d' = \frac{7}{15}r,$$

et sachant, en outre, que l'on a (en mètres carrés)

$$\alpha - \beta = 5r, \qquad \beta - \gamma = 4r, \qquad \gamma - \delta = 4r, \qquad \delta - \alpha = 5r,$$

où r désigne la racine positive de l'équation

$$44x^2 - 16x - 1 = 0$$

Mécanique.

Un fil de fer vertical AB, de 10^{m} de longueur, et dont la section normale mesure 50^{mmq}, est fixé par son extrémité supérieure A, et se termine par un crochet à son extrémité inférieure B. Ce fil s'allonge de 1^{cm} quand on exerce sur lui, sans choc, une traction de 20^{kg} par millimètre carré de sa section, et, pour des tractions moindres, l'allongement est proportionnel à la traction. Cela posé, le fil de fer étant au repos, on accroche en B, sans choc, une charge donnée de P kilogrammes, assez faible pour que les allongements ne dépassent pas 1^{cm}, et l'on demande :

1° Quel sera le plus grand allongement absolu qu'éprouvera le fil, ou de combien s'abaissera le crochet B ?

2° Au bout de combien de temps se produira cet allongement maximum ?

3° Si cet allongement persistera, et quelles seront les principales circonstances du mouvement ?

4° Quelle est la plus grande valeur que puisse avoir le poids P sans que la limite de 1^{cm}, pour les allongements, soit dépassée ?

On négligera la masse et le poids du fil en comparaison de la masse et du poids du fardeau.

Géométrie descriptive

Une sphère opaque est posée sur le plan horizontal, et un angle droit est donné dans ce plan. Construire un point tel que, si l'on y place une lumière, l'ombre que portera la sphère sur le plan horizontal soit limitée par une parabole tangente aux deux côtés de l'angle droit donné. Déterminer cette ombre portée, ainsi que l'ombre propre de la sphère.

Épreuve pratique de calcul.

On donne la base $BC = a$ d'un triangle et les angles adjacents B et C. Inscrire au triangle ainsi défini un triangle équilatéral dont un côté XT soit parallèle à la base BC du triangle.

On cherchera l'expression du rapport $k = \frac{MB}{MC}$, ainsi que les segments MB, MC et le côté NP du triangle équilatéral.

Application : $BC = 1294^m,67$; $B = 50°3'57''$; $C = 39°56'3''$.

Épreuve pratique de Géométrie descriptive.

Une demi-sphère creuse ACB, éclairée par le point lumineux P, repose, par son sommet C, sur le plan horizontal. Déterminer l'ombre propre, ainsi que l'ombre portée sur le plan horizontal.

Données numériques. — Le centre O de la sphère est à 5^{cm} au-dessus du plan horizontal et à 85^{mm} en avant du plan vertical. Le point P est situé dans le plan de front qui contient ce centre, à 125^{mm} au-dessus du plan horizontal et à la même distance de 125^{mm} à droite de la verticale du centre.