

BARISIEN

Solution de la question 1590

Nouvelles annales de mathématiques 3^e série, tome 8
(1889), p. 586-587

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1889_3_8__586_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1889, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

SOLUTION DE LA QUESTION 1590 ;

PAR M. LE CAPITAINE BARIEN.

Δ étant le lieu des pôles d'une droite D par rapport à un système de coniques homofocales, trouver le lieu des points de rencontre de D et de Δ, lorsque D pivote autour d'un point fixe. (H. VALDO.)

L'équation générale d'un système de coniques homofocales est

$$(1) \quad \frac{x^2}{a^2 + \lambda} + \frac{y^2}{b^2 + \lambda} = 1.$$

Soit

$$(2) \quad \frac{x}{A} + \frac{y}{B} = 1$$

l'équation de la droite D.

Cherchons d'abord le lieu Δ des pôles de la droite D
La polaire d'un point (X, Y) a pour équation

$$(3) \quad \frac{xX}{a^2 + \lambda} + \frac{yY}{b^2 + \lambda} = 1.$$

Identifions (2) et (3), il vient

$$AX = a^2 + \lambda.$$

$$BY = b^2 + \lambda.$$

En éliminant λ entre ces deux relations, on voit que le lieu Δ est une droite

$$(4) \quad AX - BY = a^2 - b^2 = c^2,$$

perpendiculaire à la droite D.

Si la droite D pivote autour d'un point fixe (α, β) , on a la relation

$$(5) \quad A\beta + B\alpha = AB.$$

Pour avoir le lieu des points de rencontre de D et de Δ , il faut éliminer A et B entre l'équation (5) et les deux suivantes

$$(6) \quad Ay + Bx = AB.$$

$$(7) \quad Ax - By = c^2.$$

En retranchant (5) et (6), on a

$$A(y - \beta) + B(x - \alpha) = 0.$$

En combinant cette dernière équation avec (7), on en tire A et B

$$A = \frac{c^2(x - \alpha)}{x(x - \alpha) + y(y - \beta)}, \quad B = \frac{-c^2(y - \beta)}{x(x - \alpha) + y(y - \beta)}.$$

En portant ces valeurs de A et B dans l'équation (5), on a pour l'équation du lieu

$$(\beta x - \alpha y)[x(x - \alpha) + y(y - \beta)] + c^2(x - \alpha)(y - \beta) = 0.$$

Cette courbe du quatrième degré est une strophoïde oblique ayant le point donné pour point double et son asymptote parallèle à la ligne joignant ce point au centre des coniques.

L'équation de cette asymptote est, du reste,

$$y = \frac{\beta}{\alpha}x + \frac{c^2\beta}{\alpha^2 + \beta^2}.$$
