NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

Concours d'admission à l'École centrale en 1891

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 10 (1891), p. 350-353

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1891_3_10__350_1>

CONCOURS D'ADMISSION A L'ÉCOLE CENTRALE EN 1891.

Géométrie analytique.

On donne deux axes rectangulaires Ox, Oy, et, sur l'axe des x, un point A dont l'abscisse est a. On considère le faisceau des ellipses pour lesquelles le point O est un sommet d'axe non focal et la parallèle à l'axe des y menée par le point A une directrice.

1° Démontrer que la condition nécessaire et suffisante pour que deux ellipses du faisceau considéré passent par un point donné P est que ce point soit à l'intérieur du cercle qui a le point O pour centre et OA pour rayon.

2° Démontrer que ce cercle a un double contact, réel ou imaginaire, avec chacune des ellipses du faisceau.

3° Limiter les régions du plan dans lesquelles doit être situé un point P :

1° Pour qu'une seule des deux ellipses du faisceau qui passent par ce point ait avec le cercle un double contact réel;

2° Pour que chacune des deux ellipses du faisceau qui passent par ce point ait avec le cercle un double contact réel;

3° Pour qu'aucune des deux ellipses du faisceau qui passent par ce point n'ait avec le cercle un double contact réel;

4° Lieu des pieds des normales menées par le point O à toutes les ellipses du faisceau.

Physique.

I. Une pompe aspirante et foulante, de capacité C, est reliée, par le tube d'aspiration, à un réservoir de volume A contenant un gaz sous pression H_0, et, par le tube de refoulement, à un réservoir de capacité B contenant le même gaz sous pression P_0. Le piston est au début au bas de sa course et la machine ne possède pas d'espace nuisible.

Calculer les pressions successives : H_1, H_2, ..., H_n, P_1, P_2, ..., P_n, dans les deux récipients lorsqu'on fait fonctionner la pompe.

II. Deux prismes A et B, d'indices n_1 et n_2 dont les arêtes sont parallèles et opposées, se touchent par une face.

Écrire, *sans démonstration*, les équations qui règlent la marche à travers cet appareil d'un rayon lumineux simple, situé dans un plan perpendiculaire aux arêtes.

A quoi se réduisent ces équations si le rayon incident et le rayon émergent sont, respectivement, perpendiculaires aux faces d'entrée et de sortie?

Chimie.

I. Comment établit-on par synthèse la composition des gaz suivants :

Acide chlorhydrique; acide sulfureux; acide carbonique.

Dire si la composition de ces gaz répond aux lois de Gay-Lussac.

II. On prend dans l'eudiomètre 100^{cc} d'un mélange d'oxyde de carbone et d'hydrogène. On y ajoute 50^{cc} d'oxygène pur et l'on fait détoner. Il se dépose de l'eau sur les parois de l'eudiomètre et il reste 50^{cc} de gaz acide carbonique pur.

Quelles sont les proportions de gaz oxyde de carbone et de gaz hydrogène dans le mélange primitif?

Calcul trigonométrique.

1° Calculer les angles d'un triangle isoscèle dont la base et la hauteur sont dans le rapport de 1 à 0,65243724;

2° Calculer la base et la surface de ce triangle sachant que le rayon du cercle circonscrit est de $35275^{m},17$.

Épure.

Placer la ligne de terre parallèlement aux grands côtés du cadre à $0^{m},10$ du grand côté inférieur. Porter sur cette ligne, à partir du petit côté gauche du cadre, $0^{m},19$. Le point obtenu est la projection horizontale de l'axe vertical d'une surface gauche de révolution. Le cercle de gorge, qui a $0^{m},03$ de rayon, est projeté verticalement à $0^{m},08$ au-dessus de la ligne de terre. La droite de front, qui engendre la surface gauche, est projetée en avant de la ligne de terre et a sa trace horizontale à $0^{m},03$ du petit côté gauche du cadre, de sorte que sa pente est $\frac{1}{2}$.

Par la trace horizontale de cette génératrice, on fait passer un cercle de $0^{m},04$ de rayon, dont le centre est à $0^{m},05$ en avant de la ligne de terre et est plus rapproché de l'axe de la surface gauche que ne l'est la trace horizontale de la génératrice.

Ce cercle est la base d'un cylindre dont les génératrices sont parallèles à la génératrice de front donnée de la surface gauche de révolution.

Représenter, par ses projections et ses contours apparents, la portion du cylindre, supposé plein et opaque, comprise entre le plan horizontal de projection et le plan horizontal situé à $0^{m},16$ au-dessus de celui-ci, et extérieure à la surface gauche.

L'extérieur de la surface gauche est la portion de l'espace où n'est pas situé l'axe de révolution.

On n'indiquera à l'encre rouge que les constructions nécessaires pour déterminer un point *quelconque* de la courbe d'intersection des deux surfaces et la tangente en ce point, les points extrêmes, les points situés sur les contours apparents, les asymptotes.

On exposera succinctement, sur une feuille à part, le procédé suivi pour chacune des déterminations précédentes.

Titre extérieur. — Cylindre limité par une surface gauche.

Ce titre, en lettres dessinées, est de rigueur. Le cadre a $0^m,45$ sur $0^m,27$.