NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

L. RAVIER

Note sur une construction du centre de courbure de l'ellipse

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 11 (1892), p. 324-326

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1892_3_11__324_1>

NOTE SUR UNE CONSTRUCTION DU CENTRE DE COURBURE DE L'ELLIPSE;

PAR M. L. RAVIER.

Soit un point M décrivant un cercle M de centre O, MT la tangente en ce point au cercle. Supposons que tous les points A, B, C de cette tangente soient invariablement liés à M, ces points décrivent des cercles (A), (B), (C), ... concentriques au cercle (M).

Faisons une projection cavalière de cette figure; la tangente MT a pour projection la tangente mt à l'ellipse (m) en m. Les points A, B, C, ... se projettent en des points a, b, c, ... de mt situés à des distances ma, mb, mc, ... de m proportionnelles à MA, MB, MC, ...

Les circonférences (A), (B), (C), ... se projettent suivant des ellipses (a), (b), (c), ... concentriques et homothétiques à (m).

Considérons les normales $a\alpha$, $b\beta$, $c\gamma$, ... aux ellipses (a), (b), (c), ...

Les droites $a\alpha$, $b\beta$, $c\gamma$, ..., étant les normales en a, b, c, ... à des ellipses concentriques et homothétiques à m, sont les perpendiculaires abaissées de ces points sur les diamètres conjugués par rapport à m de a, b, c, ...

Soient α, β, γ, ... les points où ces perpendiculaires rencontrent $m\mu$ normale à (m) en m, soit μ le point où cette normale touche son enveloppe; les segments $a\alpha$, $b\beta$, $c\gamma$, ... sont proportionnels à ma, mb, ... [1].

De là une construction du point μ.

Il suffit de prendre deux normales $a\alpha$, $b\beta$ et de déterminer le point μ sur $\alpha\beta$ de façon que $\frac{\mu\alpha}{\mu\beta} = \frac{ma}{m\beta}$.

Nous allons appliquer cette construction dans différents cas particuliers.

1° *On connaît, outre le point m et la tangente mt, le centre o et les directions de deux diamètres conjugués.*

Menons ces deux diamètres. Prenons pour points a et b les points où ils rencontrent mt.

Soit π le point de rencontre des perpendiculaires abaissées de b sur oa et de a sur ob, soit p le point de

[1] Voir *Cours de Géométrie descriptive* de M. Mannheim, 2e édition, p. 170. On peut déduire de là que les droites $a\alpha$, $b\beta$, $c\gamma$,... enveloppent une parabole touchant $m\mu$ en μ, ce qui conduit à des propriétes intéressantes déjà connues.

rencontre des parallèles menées de b à oa, de a à ob. Les triangles pab et $\pi\alpha\beta$ ont leurs côtés respectivement perpendiculaires; on en déduit que μ est le point de rencontre avec la normale en m de la perpendiculaire abaissée de π sur pm.

2° Dans le cas où les diamètres conjugués connus sont les axes, on retombe sur la construction ordinaire.

3° Cette construction ne s'applique pas aux extrémités des diamètres conjugués donnés. On prendra alors pour système de diamètres oa, ob le système des diagonales du parallélogramme circonscrit à l'ellipse, aux extrémités des diamètres donnés. Si l'on cherche ainsi les rayons de courbure aux sommets, on retombe sur la construction connue.