

Concours général de 1895

Nouvelles annales de mathématiques 3^e série, tome 14 (1895), p. 250-251

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1895_3_14__250_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1895, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

CONCOURS GÉNÉRAL DE 1895.

Mathématiques spéciales.

Première question. — On considère l'équation

$$(ax^2 + bx + c) \frac{d^2y}{dx^2} + 2(\lambda x + \mu) \frac{dy}{dx} + ky = 0.$$

1° Les constantes *réelles* a, b, c, λ, μ étant données, on demande de prouver que l'on peut choisir la constante k , de manière que l'équation précédente soit vérifiée par un polynôme $y = f(x)$ de degré donné n .

2° On suppose ensuite que le trinôme

$$ax^2 + bx + c$$

a ses racines a_0, a_1 *réelles* et *distinctes* et que, dans la décomposition de $\frac{\lambda x + \mu}{ax^2 + bx + c}$ en fractions simples définie par l'identité

$$\frac{\lambda x + \mu}{ax^2 + bx + c} = \frac{\alpha_0}{x - a_0} + \frac{\alpha_1}{x - a_1},$$

les coefficients α_0, α_1 sont *positifs* et différents de zéro.

Démontrer que, dans ces conditions, l'équation

$$f(x) = 0$$

a toutes ses racines réelles et comprises entre a_0 et a_1 .

On examinera si cette équation peut avoir des racines multiples.

Deuxième question. — On donne une courbe du troisième degré C_3 définie par les équations

$$x = 6\lambda^2\mu, \quad y = 6\lambda\mu^2, \quad z = \lambda^3 + \mu^3,$$

où λ et μ désignent deux variables indépendantes que, pour abrégé, nous appellerons les coordonnées du point a de la courbe C_3 .

1° Trouver la relation qui doit lier les coordonnées de trois points a_1, a_2, a_3 de la courbe C_3 pour que ces points soient en ligne droite.

2° Trouver la relation qui doit lier les coordonnées de six points $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$ de cette courbe pour que ces points soient sur une conique.

Déduire de là la condition nécessaire et suffisante pour que, par trois points a_1, a_2, a_3 de la courbe C_3 , on puisse faire passer une conique C_2 , touchant C_3 aux points a_1, a_2, a_3 .

Les côtés du triangle $a_1 a_2 a_3$ coupent C_3 en des points b_1, b_2, b_3 , situés sur une droite D .

Les droites qui touchent la courbe C_3 aux points a_1, a_2, a_3 la coupent en des points c_1, c_2, c_3 situés sur une droite Δ .

La droite D étant donnée, quel est le nombre des coniques C_2 qui lui correspondent?

La droite Δ étant donnée, quel est le nombre des coniques C_2 qui lui correspondent?