

M. D'OCAGNE

**Sur la courbure du contour apparent d'une surface projetée orthogonalement**

*Nouvelles annales de mathématiques 3<sup>e</sup> série*, tome 14 (1895), p. 262-264

[http://www.numdam.org/item?id=NAM\\_1895\\_3\\_14\\_\\_262\\_1](http://www.numdam.org/item?id=NAM_1895_3_14__262_1)

© Nouvelles annales de mathématiques, 1895, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

---

---

**SUR LA COURBURE DU CONTOUR APPARENT D'UNE SURFACE  
PROJETÉE ORTHOGONALEMENT;**

PAR M. M. D'OCAGNE.

---

Soient, en un point  $M$  de la courbe de contact  $C$  de la surface  $S$  et du cylindre projetant  $P$ ,  $MX$  et  $MY$  les tangentes aux sections principales dont les rayons de courbure sont  $R_0$  et  $R_1$ ,  $Mm$  la génératrice du cylindre projetant,  $m$  étant la projection de  $M$ ,  $MT$  la tangente à la courbe  $C$ ,  $MS$  la tangente à la section droite du cylindre  $P$ , droite perpendiculaire à  $Mm$  en  $M$ .

Appelons, en outre,  $R_T$  et  $R_m$  les rayons de courbure en  $M$  des sections normales de la surface, menées par  $MT$  et  $Mm$ ,  $r$  le rayon de courbure du contour apparent en  $m$ , égal à celui de la section droite du cylindre  $P$  en  $M$ ,  $\theta$ ,  $\sigma$ ,  $\mu$  les angles que  $MT$ ,  $MS$  et  $Mm$  font avec  $MX$ ,  $\alpha$  l'angle  $TMm$ .

La relation d'Euler donne, lorsqu'on l'applique à la surface  $S$ ,

$$(1) \quad \frac{1}{R_m} = \frac{\cos^2 \mu}{R_0} + \frac{\sin^2 \mu}{R_1}$$

et au cylindre  $P$ ,

$$\frac{1}{R_T} = \frac{\cos^2 \left( \alpha - \frac{\pi}{2} \right)}{r}$$

ou

$$(2) \quad r = R_T \sin^2 \alpha.$$

Puisque, d'après le théorème de Dupin, les droites  $MT$  et  $Mm$  sont deux diamètres conjugués de l'indicatrice au point  $M$ , on a, par application des théorèmes d'Apollonius

$$(3) \quad R_T + R_m = R_0 + R_1,$$

$$(4) \quad R_T R_m \sin^2 \alpha = R_0 R_1.$$

Des formules (2) et (3) on tire

$$(5) \quad r = \frac{R_0 R_1}{R_m},$$

formule qui peut se traduire par ce théorème :

*Le produit de la courbure en  $M$  de la section normale faite dans la surface  $S$  par la génératrice  $Mm$ , par la courbure en  $m$  du contour apparent, est égal à la courbure totale de la surface  $S$  en  $M$ .*

Au moyen de la formule (3), la formule (5) peut être transformée en

$$(6) \quad r = \frac{R_0 R_1}{R_0 + R_1 - R_T},$$

formule qui lie la courbure du contour apparent à la courbure normale de la courbe de contact de la surface et du cylindre projetant.

Enfin la formule (5), transformée au moyen de (1), donne

$$r = R_1 \cos^2 \mu + R_0 \sin^2 \mu$$

ou

$$(7) \quad r = R_0 \cos^2 \sigma + R_1 \sin^2 \sigma.$$

Cette dernière formule est celle que M. Mannheim obtient dans son *Cours de Géométrie descriptive* (2<sup>e</sup> édit., p. 321), en faisant intervenir la considération de la normale à la surface S le long de la courbe C.