J. PICHOT

Note sur la formation des carrés des nombres

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 14 (1895), p. 489-491

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1895_3_14__489_1>

NOTE SUR LA FORMATION DES CARRÉS DES NOMBRES;

PAR M. J. PICHOT.

I. CARRÉ D'UN NOMBRE TERMINÉ PAR UN 5. — En désignant par d le nombre des dizaines, le nombre est exprimé par $10d + 5$. Or,

$$(10d + 5)^2 = 100d^2 + 100d + 25 = d(d+1)100 + 25.$$

Le carré est donc terminé par 25, et, pour avoir le nombre total des centaines du carré, il suffit de multiplier d par $d+1$.

EXEMPLES : 1° *Carré de* 35. — Le produit de 3 par $3+1$ étant égal à 12, on en conclut immédiatement que le carré de 35 est 1225;

2° *Carré de* 65. — Le produit de 6 par 7 étant égal à 42, on en conclut immédiatement que le carré de 65 est 4225;

3° *Carré de* 375. — Le produit de 37 par $37+1$ étant 1406, on en conclut que le carré de 375 est 140625.

Donc : Quand un nombre n'a que deux figures, on a *immédiatement* son carré en faisant le produit de deux nombres d'un seul chiffre. La simplification est ici évidente.

---

(1) *Loc. cit.*, p. 201 et suiv.

Si le nombre a plus de deux figures, on trouve le nombre des centaines du carré par une multiplication plus simple que par la méthode ordinaire, puisqu'on opère la multiplication sur des facteurs composés d'un plus petit nombre de chiffres. C'est ainsi que, dans le troisième exemple, au lieu de multiplier 375 par 375, il a suffi de multiplier 37 par 38.

II. Carré d'un nombre quelconque. — Si l'on forme le tableau des carrés des nombres entiers consécutifs, à partir du nombre 4 inclusivement, on voit que la série se compose de groupes alternativement composés de quatre et de six nombres. Les groupes d'ordre impair composés de quatre nombres contiennent un multiple impair de 5 qui occupe le second rang, et les groupes d'ordre pair, qui sont composés de six nombres, contiennent un multiple pair de 5 qui occupe le troisième rang.

Le multiple pair ou impair de 5 donne le numéro du groupe et, dans chaque groupe, en passant d'un carré au suivant, *le nombre total des dizaines du carré est augmenté d'autant d'unités qu'il y en a dans le rang du groupe.*

Cela établi, proposons-nous de former le carré d'un nombre de deux chiffres, de 24 par exemple. C'est le premier nombre du groupe auquel appartient 25 dont le carré est 625. C'est le cinquième groupe. Par conséquent, le carré de 24 doit contenir 5 dizaines de moins que le carré de 25 qui en contient 62. Le carré de 24 est donc 376.

Prenons un autre exemple. Quel est le carré de 63? Ce nombre appartient au groupe dont 60 fait partie; c'est le douzième groupe, et comme 63 occupe le troisième rang à partir de 60, son carré contient un nombre total de dizaines égal au nombre des dizaines du carré de 60 augmenté de 12×3 ou 36. Le carré de 60 comprenant 360 dizaines, on en conclut que le carré de 63 est 3969.

Le procédé que nous venons d'indiquer appoite donc une simplification notable dans la formation du carré d'un nombre de deux chiffres.

Nous devons ajouter que ce procédé est général et permet de former le carré d'un nombre quelconque. La simplification n'est évidemment pas aussi grande que pour un nombre de deux chiffres, mais le fait n'en est pas moins curieux à constater.

Premier exemple : *Carré du nombre* 367. — Ce nombre fait partie du même groupe que 365 (73e groupe). On a $36 \times 37 = 1332$. Le nombre des dizaines du carré de 365 étant 13322, nous aurons $13322 + 73 \times 2$ ou 13468 dizaines au carré de 367. Le carré de ce nombre est donc 134689.

Second exemple : *Carré du nombre* 839. — Ce nombre appartient au même groupe que 840 (168e groupe). Le carré de 840 est 705600; il contient 70560 dizaines. Le carré de 839 en contient donc $70560 - 168$ ou 70392. Donc : $839^2 = 703921$.