NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

E. AMIGUES

Théorème d'algèbre

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 14 (1895), p. 496-497

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1895_3_14__496_1>

© Nouvelles annales de mathématiques, 1895, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (http://www.numdam.org/conditions). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
http://www.numdam.org/

THÉORÈME D'ALGÈBRE;

PAR M. E. AMIGUES.

Le théorème suivant est quelquefois utile en Algèbre. Il sert notamment à calculer le degré de l'équation finale, quand elle se présente sous la forme du déterminant de M. Sylvester :

Un déterminant dont les éléments sont des lettres avec indices, et où les indices de chaque ligne forment des progressions de même raison, est un polynome dont tous les termes ont même poids.

Prenons pour les éléments une nouvelle notation et représentons par a_{ij} l'élément de ligne i et de colonne j. Le terme principal est alors

$$P = a_{1,1} a_{2,2} a_{3,3} \dots a_{n,n}.$$

Dans tout autre terme Q, on peut ranger les éléments dans l'ordre des lignes. On a donc

$$Q = a_{1,1+\alpha} a_{2,2+\beta} a_{3,3+\gamma} \dots,$$
$$1+\alpha, \quad 1+\beta, \quad 1+\gamma, \quad \dots$$

représentant dans un certain ordre les entiers de 1 à n. On a donc

$$(1+\alpha) + (2+\beta) + (3+\gamma) + \dots = 1+2+3+\dots+n,$$

et par suite

$$\alpha + \beta + \gamma + \ldots = 0;$$

ainsi α, β, γ, ... sont des entiers positifs ou négatifs dont la somme est nulle.

Cela dit, pour comparer le poids de P à celui de Q, nous prendrons dans ces produits deux facteurs de même rang

$$a_{r,r}, \quad a_{r,r+\rho}.$$

Ces nombres sont dans la même ligne, mais la colonne du second a pour numéro d'ordre $r + \rho$ et non r. Si donc nous revenons à l'ancienne notation des éléments, et si nous appelons h la raison de la progression arithmétique des indices, l'indice du second élément dépassera de ρh l'indice du premier (ρ et h ayant chacun un signe).

Donc le poids de Q dépassera celui de P, de

$$\Sigma \rho h = h \Sigma \rho = 0.$$

Tous les termes ont donc même poids que le terme principal. Le poids de ce dernier est facile à calculer.