

F. FARJON

Théorèmes de Pascal et de Brianchon

Nouvelles annales de mathématiques 3^e série, tome 16
(1897), p. 78-79

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1897_3_16__78_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1897, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

[L'1c]

THÉORÈMES DE PASCAL ET DE BRIANCHON;

· PAR M. F. FARJON.

Un hexagone circonscrit à une conique peut être considéré comme la perspective du polygone gauche formé par six génératrices rectilignes d'une quadrique gauche alternativement du premier et du deuxième

système. Les trois couples de génératrices opposées déterminent trois plans formant un trièdre qui a pour arêtes les diagonales de l'hexagone; celles-ci se coupent donc en un même point (théorème de Brianchon).

Soient 1, 2, 3, 4, 5, 6 les sommets de l'hexagone; les plans tels que 1 2 3, 2 3 4, ... ont pour traces, sur le plan du Tableau, les côtés d'un hexagone inscrit. Considérons les deux plans opposés 1 2 3, 4 5 6; leur intersection est déterminée par les intersections des deux couples de génératrices opposées 1 2, 4 5 et 2 3, 5 6; de plus, sa trace sur le plan du Tableau est l'intersection des deux côtés opposés correspondants de l'hexagone inscrit. En appliquant la même construction aux deux autres couples de plans opposés, on reconnaît que leurs intersections sont dans un même plan avec la précédente, et les trois points de rencontre des côtés opposés de l'hexagone inscrit situés sur la trace de ce plan sont en ligne droite (théorème de Pascal).

La même figure peut servir à démontrer d'autres théorèmes. Ainsi, les faces du trièdre des diagonales de l'hexagone circonscrit ont pour traces sur le plan du Tableau les diagonales de l'hexagone inscrit; celles-ci se coupent donc deux à deux sur les diagonales de l'hexagone circonscrit, etc.

Ce mode de raisonnement fait découler des principes les plus élémentaires de la Géométrie dans l'espace la démonstration de propositions de Géométrie plane dont la preuve est faite habituellement par des procédés artificiels. Exemple : les propriétés des triangles homologues, qui sont évidentes lorsque l'on considère la figure comme la perspective d'un trièdre coupé par deux plans.