

Deuxième concours des « Nouvelles annales » pour 1898

Nouvelles annales de mathématiques 3^e série, tome 17 (1898), p. 197-201

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1898_3_17__197_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1898, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

*Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques*

<http://www.numdam.org/>

**DEUXIÈME CONCOURS DES « NOUVELLES ANNALES »
POUR 1898.**

Sujet.

I. *On dit que six points d'une conique forment trois couples en involution (ou sont en involution) quand les trois droites joignant les points de chaque couple sont concourantes.*

Établir que six points d'une conique peuvent être en involution de 1, 2, 3, 4 ou 6 manières différentes et définir géométriquement, dans chaque cas, les positions correspondantes des six points.

II. *On nomme tétraédroïde la transformée homographique générale de la surface de l'onde; en coordonnées homogènes, une telle surface est définie paramétriquement par les relations*

$$(1) \quad \begin{cases} \frac{x}{t} = \frac{\sigma_1 u}{\sigma u} \frac{\overline{\sigma_1 v}}{\sigma v}, \\ \frac{y}{t} = \frac{\sigma_2 u}{\sigma u} \frac{\overline{\sigma_2 v}}{\sigma v}, \\ \frac{z}{t} = \frac{\sigma_3 u}{\sigma u} \frac{\overline{\sigma_3 v}}{\sigma v}, \end{cases}$$

$\sigma u, \sigma_1 u, \sigma_2 u, \sigma_3 u$ étant les fonctions classiques de Weierstrass formées avec les périodes $2\omega_1,$

$2\omega_2, 2\omega_3; \overline{\sigma v}, \overline{\sigma_1 v}, \overline{\sigma_2 v}, \overline{\sigma_3 v}$ (1) étant les fonctions analogues formées avec les périodes $2\omega_1, 2\omega_2, 2\omega_3$.

Vérifier que la surface (1) a seize points doubles, situés six à six dans seize plans (plans singuliers); que par un point double passent six plans singuliers; que les six points doubles, P_i , situés dans un même plan singulier sont en involution; que les seize points doubles sont quatre par quatre sur les faces d'un tétraèdre et que les seize plans singuliers passent quatre par quatre par les sommets du même tétraèdre.

III. Montrer que les périodes (ou les modules) des fonctions elliptiques peuvent être choisies de telle sorte que les six points doubles P_i (situés dans un même plan singulier) soient en involution de deux manières différentes. Vérifier que la surface (1) est alors deux fois tétraédroïde, c'est-à-dire que les seize points doubles sont, quatre par quatre, sur les faces d'un nouveau tétraèdre. Équation correspondante de la surface.

IV. Montrer que les six points doubles P_i peuvent être en involution de trois manières différentes; vérifier que la surface (1) est alors trois

(1) On désignera par e_1, e_2, e_3 les valeurs de $p\omega_1, p\omega_2, p\omega_3, pu$ étant la fonction classique aux périodes $2\omega_1, 2\omega_2, 2\omega_3$; par $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ les valeurs de $\overline{p\sigma_1}, \overline{p\sigma_2}, \overline{p\sigma_3}, \overline{pv}$ étant la fonction analogue aux périodes $2\sigma_1, 2\sigma_2, 2\sigma_3$.

fois tétraédroïde. Étudier les positions relatives des trois tétraèdres correspondants.

Former la relation qui existe en ce cas entre les modules des fonctions elliptiques introduites (on prendra pour modules $\frac{e_2 - e_3}{e_1 - e_3}$ et $\frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_3}{\varepsilon_1 - \varepsilon_3}$), vérifier qu'elle coïncide avec l'équation modulaire pour $n = 3$. Conséquence pour les périodes. Équation correspondante de la surface.

V. Montrer que les six points doubles P_i peuvent être en involution de quatre manières différentes et que la surface est alors quatre fois tétraédroïde. Déterminer en ce cas les périodes et les modules des fonctions elliptiques. Équation de la surface; étudier les positions relatives des seize points doubles.

VI. Montrer que les six points P_i peuvent être en involution de six manières différentes et que la surface est alors six fois tétraédroïde. Périodes et modules des fonctions elliptiques; équation de la surface; positions relatives des seize points doubles.

NOTA. — On ne devra pas s'appuyer sur la théorie des fonctions ou des intégrales hyper-elliptiques ni sur les propriétés de la surface de Kummer.

Conditions.

Le concours est ouvert *exclusivement* aux abonnés des *Nouvelles Annales de Mathématiques*.

Le meilleur Mémoire envoyé en réponse au sujet proposé donnera droit, au profit de l'auteur :

- 1° A un crédit de 100^{fr} d'Ouvrages à choisir dans le catalogue de MM. Gauthier-Villars et fils;
- 2° A la publication du Mémoire;
- 3° A un tirage à part gratuit de 100 exemplaires.

Les manuscrits devront être parvenus à la rédaction AVANT LE 15 NOVEMBRE 1898, terme d'absolue rigueur.

Les auteurs pourront, à leur gré, se faire immédiatement connaître, ou garder provisoirement l'anonyme. Dans ce dernier cas, le Mémoire portera un signe, une devise ou un numéro d'ordre arbitraire, et sera accompagné d'un pli cacheté renfermant, avec la même indication, le nom et l'adresse de l'auteur et la justification de sa qualité d'abonné. Les plis cachetés en question ne seront ouverts par la Rédaction qu'à partir du 1^{er} novembre et après le jugement prononcé.

Aucune limite n'est fixée quant à l'étendue des Mémoires; mais, à mérite égal, les plus concis seraient préférés par les juges du Concours. Chacun comprendra du reste que l'insertion d'un travail trop étendu serait matériellement impossible.

Le jugement du Concours sera prononcé avant le 1^{er} décembre 1898, et le résultat en sera, sans retard, publié dans le journal.

La Rédaction, et les juges du Concours qui se seront associés à elle, se réservent la faculté :

- 1° De partager les récompenses ci-dessus mentionnées, au cas *tout à fait exceptionnel* où deux Mémoires y auraient droit avec un égal mérite;
- 2° De ne pas attribuer de récompenses si, parmi les Mémoires envoyés, aucun ne semblait en être digne. Dans ce dernier cas, les avantages stipulés seraient re-

portés sur un Concours ultérieur, et l'annonce en serait faite dans le journal en temps utile.

L'auteur du Mémoire récompensé sera immédiatement avisé par la Rédaction et voudra bien faire immédiatement connaître s'il désire que la publication de son Travail ait lieu sous son nom, ou sous forme anonyme. Son silence serait interprété comme une autorisation de publier le nom.

LES RÉDACTEURS.