NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

Bibliographie

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 17 (1898), p. 430-433

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1898_3_17__430_1>

BIBLIOGRAPHIE.

Éléments de la théorie des fonctions elliptiques, par *Jules Tannery*, Sous-Directeur des Études scientifiques à l'École Normale supérieure, et *Jules Molk*, Professeur à l'Université de Nancy. Quatre volumes gr. in-8°, se vendant séparément. Tome I : *Introduction. Calcul différentiel* (Ire Partie); 1893, 7 fr. 50 c. — Tome II : *Calcul différentiel* (IIe Partie); 1896, 9 fr. — Tome III : *Calcul intégral* (Ire Partie); 1898, 8 fr. 50 c. — Tome IV : *Calcul intégral* (IIe Partie) *et Applications.* (*Sous presse*). Paris, Gauthier-Villars et fils.

Extrait de la Préface.

Nous avons réuni dans une *Introduction* les éléments de la théorie des séries et des produits infinis qui nous ont paru indispensables. Les propositions fondamentales de la théorie des fonctions d'une variable imaginaire qui se déduisent de la considération des intégrales prises entre des limites imaginaires, propositions dont nous ferons largement usage, ont été, dans cette Introduction, systématiquement laissées de côté :

elles sont, depuis longtemps, inscrites dans le programme de la licence ès Sciences mathématiques; elles sont partout très bien enseignées et sont développées dans d'excellents livres, qui sont bien connus. On insiste souvent moins sur le rôle que jouent, dans la théorie des fonctions, les séries ordonnées suivant les puissances entières de la variable, bien que Cauchy ait mis pleinement ce rôle en lumière [1]. Il nous importait surtout d'exposer avec détail quelques-uns des résultats essentiels obtenus par M. Weierstrass. Cette Introduction, nous espérons que beaucoup de nos lecteurs pourront se dispenser de la lire en entier; mais si, dans la suite, ils ont quelque inquiétude sur la rigueur de certaines démonstrations et transformations, ils pourront y recourir.

Nous introduisons immédiatement la fonction σu sous forme de produit infini. Cette voie directe, qui est celle de Weierstrass, nous a paru naturelle et facile dans l'état actuel de l'enseignement. Les propriétés essentielles de cette fonction et de celles qui en dérivent sont développées dans le premier Volume. Le second Volume contient la théorie des fonctions $\mathfrak{S}$ et celle de leurs quotients, les fonctions sn, cn, dn de Jacobi. Il termine ce qui se rapporte au *Calcul différentiel.*

Dans le troisième Volume se trouvent, d'une part, les théorèmes généraux sur les fonctions doublement périodiques et leurs intégrales, déduits pour la plupart de la proposition célèbre de M. Hermite sur la décomposition en éléments simples, et, d'autre part, l'exposition du problème général de l'*Inversion.* Enfin, dans le dernier Volume, on étudiera les intégrales elliptiques, en insistant sur le cas où les coefficients sont réels ainsi que les chemins d'intégration. On terminera ainsi ce qui se rapporte au *Calcul intégral.* On abordera ensuite le problème de la transformation et l'on développera quelques applications d'une nature élémentaire se rapportant à des branches diverses de la Science.

Un des ennuis de la théorie des fonctions elliptiques est dans la richesse même des formules qu'elle comporte et que la mémoire semble incapable de fixer. Il faut pouvoir renvoyer

---

(1) Il y a déjà longtemps que M. Méray l'a exposé d'une façon systématique dans son *Précis d'Analyse infinitésimale* et dans une suite de beaux Mémoires.

à ces formules et les retrouver facilement : nous avons adopté, pour les plus importantes, un système de numérotage auquel nous prions le lecteur de vouloir bien s'accoutumer. Il les retrouvera toutes, avec leurs numéros, dans un Tableau dont la première partie se trouve à la fin du *Calcul différentiel* et la seconde à la fin du *Calcul intégral :* ce Tableau constituera comme un résumé de la Théorie et facilitera beaucoup, nous l'espérons, la lecture et l'usage de notre Livre.

Les notations que nous avons adoptées au début sont, sauf quelques légères modifications sur lesquelles nous nous expliquerons tout à l'heure, celles de M. Weierstrass; mais nous n'avons pas cru devoir nous borner aux fonctions qu'il a introduites. Ces fonctions sont, d'une part, très propres à traiter de la façon la plus simple beaucoup d'applications, beaucoup de celles, en particulier, qui se rapportent à la Géométrie et à la Mécanique. D'autre part, elles se prêtent très bien, en raison même de la façon symétrique dont les périodes y figurent, à l'exposition d'un très grand nombre de propriétés, qui peuvent être regardées comme véritablement élémentaires. Il nous a donc paru qu'elles constituaient un excellent point de départ. Mais, d'un autre côté, bien des propriétés, et des plus importantes, tant en Algèbre qu'en Arithmétique, n'apparaissent que lorsqu'on sépare les périodes : elles restent cachées là où les périodes sont engagées d'une façon symétrique. Là où importe cette séparation des périodes, d'autres notations reprennent l'avantage. Nous avons donc cru devoir laisser une place considérable à ces fonctions de Jacobi, dont on a dit qu'elles ne joueraient plus qu'un rôle historique : à la vérité, ce rôle serait encore assez beau. Il ne faudrait pas s'étonner si la multiplicité des notations se trouvait être dans la nature des choses et s'il convenait d'en changer suivant les questions que l'on aborde. Il semble d'abord que cette multiplicité soit une gêne et un ennui, il se peut qu'elle soit une richesse. Quoi qu'il en soit, nous avons mis tous nos soins à bien expliquer comment les diverses notations se raccordent les unes aux autres et à faciliter la lecture des principaux Mémoires et Traités.

C'est le désir d'une parfaite symétrie qui nous a conduits à écrire ω_1, ω_2, ω_3 là où M. Weierstrass écrit ω, $-\omega''$, ω'. Cette modification n'altère pas les fonctions σu, $\sigma_1 u$, $\sigma_2 u$, $\sigma_3 u$: elle permet de condenser singulièrement les formules et d'en écrire une seule lorsque, autrement, il faut en écrire trois. Ce changement présente, en apparence (mais en apparence seulement, comme on ne manquera pas de l'observer après avoir lu les Chapitres de l'*Inversion*), quelque inconvénient : le plus grand, à nos yeux, est d'obliger à un peu d'attention le lecteur qui voudra se reporter aux *Formeln und Lehrsätze* de M. Schwarz. C'est au lecteur à juger si les raisons de symétrie, qui nous ont décidés et qui sont évidentes, étaient assez fortes pour que nous nous permissions de nous mettre un peu en désaccord avec cette belle publication, qui présente, à tant d'égards, un caractère définitif : c'est après bien des hésitations que nous nous sommes résolus à ce léger changement.