Certificats d'études supérieures des facultés des sciences. Session de juillet 1898. Compositions

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 18 (1899), p. 42-48
<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1899_3_18__42_1>

CERTIFICATS D'ÉTUDES SUPÉRIEURES DES FACULTÉS DES SCIENCES.

SESSION DE JUILLET 1898. — COMPOSITIONS.

Besançon.

CALCUL DIFFÉRENTIEL ET INTÉGRAL.

ÉPREUVE ÉCRITE. — *Définition de la fonction* Γ. *Démontrer que* $\Gamma(x)\Gamma(1-x) = \dfrac{\pi}{\sin x\pi}$.

PROBLÈME. — *Étant donnés trois axes rectangulaires et un hélicoïde représenté par l'équation*

$$z = \mathrm{K} \operatorname{arc\,tang} \frac{y}{x},$$

où K *est une constante donnée, calculer l'aire de la portion de cette surface qui se projette sur le plan des* xy *suivant un secteur circulaire ayant son centre au point* O, *ayant pour rayon* a *et pour angle au centre* α.

ÉPREUVE PRATIQUE. — *Calculer avec cinq décimales l'intégrale*

$$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{(1-x^2)(1-\mathrm{K}^2x^2)}}, \qquad \mathrm{K} = 0{,}43528.$$

Mécanique rationnelle.

Épreuve écrite. — *Une barre homogène pesante est abandonnée à elle-même et assujettie à passer par un point fixe* O *sur lequel elle glisse sans frottement.*

Déterminer son mouvement.

Épreuve pratique. — *Tracé d'une came soulevant un marteau.*

Astronomie.

Épreuve écrite. — *Forme de la Terre. Équation déterminant les axes a et b. Formule des parallaxes en $\mathcal{A}$ et $\mathcal{D}$.*

SESSION DE NOVEMBRE 1898. — COMPOSITIONS.

Besançon.

Mécanique rationnelle.

Épreuve écrite. — *Un mobile pesant glisse sur une circonférence dont le plan est vertical et éprouve une résistance proportionnelle à la pression qu'il exerce sur la courbe. Déterminer son mouvement.*

A quelle hauteur s'élève-t-il en partant d'un point sans vitesse initiale?

Astronomie.

Épreuve écrite. — *Exposer la théorie de la réfraction suivant la méthode de Laplace.*

Épreuve pratique. — *Mesure du temps.*

Dijon.

Calcul différentiel et intégral.

Épreuve écrite. — I. *Définition et conditions d'existence de l'expression*

$$\int [U_x(x, y)\,dx + U_y(x, y)\,dy],$$

où $U_x(x, y)$, $U_y(x, y)$ *sont des fonctions données des variables indépendantes* x, y.

II. *Trouver, en coordonnées rectilignes rectangulaires, l'équation générale des surfaces caractérisées par la propriété que, pour chacune d'elles, le plan tangent en un point quelconque* m *et le plan perpendiculaire en* m *au rayon vecteur allant de l'origine à ce point coupent tous deux l'axe des* x *en un même point. Disposer des éléments d'indétermination impliqués dans cette équation, de manière que la surface représentée par elle contienne entièrement la droite*

$$x = 0, \qquad z = ay + b.$$

Astronomie.

Épreuve écrite. — *Précession, nutation, petits déplacements de l'équateur et de l'écliptique.*

Épreuve pratique. — *Calculer l'ascension droite et la déclinaison d'un astre, connaissant sa longitude et sa latitude* $L = 247^\circ 40' 50'' 8$, $\lambda = 1^\circ 43' 22''$; *l'obliquité de l'écliptique est* $23^\circ 27' 8'' 98$.

Montpellier.

CALCUL DIFFÉRENTIEL ET INTÉGRAL.

ÉPREUVE ÉCRITE. — I. *Déterminer l'intégrale générale de l'équation différentielle*

$$(x+\alpha)(x^2-\alpha^2)\frac{d^2y}{dx^2}-2x(x+\alpha)\frac{dy}{dx}+6\alpha y=2(\alpha-x)^3,$$

sachant qu'elle peut être vérifiée par des polynomes en x.

II. *Calculer la valeur de l'intégrale triple*

$$\iiint\left[(x+y+z)^2-\frac{9}{5}a^2\right]dx\,dy\,dz,$$

lorsque x, y, z *prennent toutes les valeurs vérifiant les deux inégalités*

$$x^2+y^2-2az<0,$$
$$x^2+y^2+z^2-3a^2<0.$$

ÉPREUVE PRATIQUE. — *Les axes de coordonnées étant rectangulaires, on considère la courbe*

$$y=(\sin x-\cos x)\sqrt{2},$$

x *variant de* $\frac{\pi}{4}$ *à* $\frac{5\pi}{4}$. *On demande de calculer :*

1° *L'aire comprise entre cette courbe et l'axe des* x ;

2° *Le volume engendré par cette aire en tournant autour de l'axe des* x ;

3° *La surface qui limite ce volume.*

Paris.

Calcul différentiel et intégral.

Épreuve écrite. — I. *Intégrer le système d'équations différentielles*

$$\frac{dx}{dt} + x - y = e^t,$$

$$\frac{dy}{dt} + x - z = \cos t.$$

$$\frac{dz}{dt} + x = 0;$$

on mettra l'intégrale générale sous forme réelle.

II. *Déterminer les surfaces dont le plan tangent fait un angle constant avec un plan fixe. Trouver les lignes de courbure de ces surfaces.*

Épreuve pratique. — *Calculer l'intégrale double*

$$\iint x^{\frac{1}{2}} y^{\frac{1}{3}} (1 - x - y)^{\frac{2}{3}} \, dx \, dy,$$

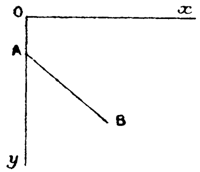
étendue à l'aire du triangle formé par les droites

$$x = 0, \qquad y = 0, \qquad x + y - 1 = 0.$$

Mécanique rationnelle.

Épreuve écrite. — *Dans un plan vertical fixe xOy, se meut sans frottement une barre homogène pesante AB, d'épaisseur infiniment petite, dont l'extrémité A glisse sans frottement sur l'axe fixe Oy dirigé suivant la verticale descendante.*

Trouver le mouvement de cette barre en supposant, à l'instant $t = 0$, que le point A soit animé d'une *vitesse donnée v_0 suivant Oy et que la barre soit animée dans le plan xOy d'une vitesse angulaire donnée ω_0 autour du point A.*



Calculer la réaction de l'axe Oy sur la barre au point A, à un instant quelconque.

Examiner le cas particulier où $\omega_0 = 0$.

ÉPREUVE PRATIQUE. — *On considère un ellipsoïde de révolution homogène de densité 5 dont la surface a pour équation*

$$x^2 + y^2 + \frac{z^2}{4} = 1,$$

et l'on détache de cet ellipsoïde la tranche comprise entre les plans $z = 0$ et $z = h$ (coordonnées rectangulaires).

1° *Déterminer la masse et le centre de gravité de cette tranche.*

2° *Calculer le moment d'inertie de cette tranche par rapport à l'axe Oz.*

MÉCANIQUE PHYSIQUE.

ÉPREUVE ÉCRITE. — I. *Principes généraux des mécanismes. Couples cinématiques. Chaînes cinématiques. Couples d'emboîtement. Exemples.*

II. *Trouver le déplacement fini d'un trièdre trirectangle $Oxyz$ dans lequel le système des rotations instantanées a pour coordonnées par rapport à ce* *trièdre*

$$p = 0, \qquad q = 0, \qquad r = \omega = \text{const.},$$
$$\xi = a \cos mt + a' \sin mt,$$
$$\eta = b \cos mt + b' \sin mt,$$
$$\zeta = c \cos mt + c' \sin mt,$$

où a, b, c, a', b', c' et m sont des constantes.

Astronomie.

Épreuve écrite. — *Établir les formules générales de la parallaxe; appliquer ces formules au cas d'une étoile. Énoncer les lois de la parallaxe annuelle d'une étoile et décrire les procédés à l'aide desquels on peut déterminer cette parallaxe?*

Épreuve pratique. — *Une planète décrit une orbite elliptique d'excentricité e. Calculer les valeurs de l'anomalie vraie qui correspondent au maximum de l'équation du centre et la valeur de ce maximum.*

On prendra $e = 0,0168$ et l'on emploiera pour le calcul des logarithmes à cinq décimales.