NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

R. BRICARD

Pruvo simpla de la Fermat'a teoremo. Démonstration simple du théorème de Fermat

Nouvelles annales de mathématiques 4e série, tome 3 (1903), p. 340-342

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1903_4_3__340_0>

PRUVO SIMPLA DE LA FERMAT'A TEOREMO;

De S° R. BRICARD.

DÉMONSTRATION SIMPLE DU THÉORÈME DE FERMAT;

Par M. R. BRICARD.

Se p estas primo, m entjero iu, la nombro $m^p - m$ estas oblo de p.

Soient p un nombre premier, m un entier quelconque : le nombre $m^p - m$ est multiple de p.

Ni skribu, per la sistemo de nombrofarado m-uma ĉiujn entjerojn p-ciferajn, kies nombro (enhavante la *nulon*) estas m^p.

El ĉi tiuj nombroj, la m jenaj :

Écrivons, dans le système de numération de base m, tous les entiers de p chiffres : leur nombre (y compris *zéro*) est m^p.

Parmi ces nombres les m suivants :

$$(0\ 0\ \ldots\ 0),$$
$$(1\ 1\ \ldots\ 1),$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots,$$
$$(\overline{m-1}\ \overline{m-1}\ \ldots\ \overline{m-1})$$

konsistas ĉia el unu cifero p-foje ripetita.

Estu

sont constitués chacun d'un chiffre répété p fois.

Soit

$$A_1 = (a\ b\ \ldots\ l)$$

unu el la $m^p - m$ aliaj

l'un des $m^p - m$ autres

nombroj. Mi pretendas *ke la p nombroj*

nombres. Je dis *que les p nombres*

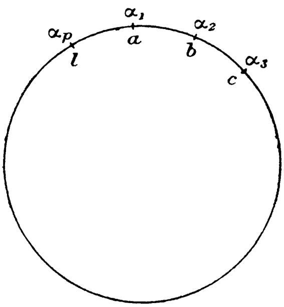
$$A_1 = (a\ b\ \ldots\ l),$$
$$A_2 = (b\ \ldots\ l\ a),$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots,$$
$$A_p = (l\ a\ b\ \ldots)$$

kiuj devenas de A_1, *per cirkla ŝanĝado, ĉiuj diferencas unu de la alia.*

qui proviennent de A_1, *par permutation circulaire, sont tous différents les uns des autres.*

Supozinte efektive ke (ekzemple) A_1 identas A_h, ni p-onigu cirklon, kaj je la dividpunktoj α_1, α_2, ..., α_p, ni apudigu la ciferojn de A_1, kiel montras la jena figuro.

Supposons en effet que, par exemple, A_1 soit identique à A_h; divisons un cercle en p parties égales, et, à côté des points de division α_1, α_2, ..., α_p, écrivons les chiffres de A_1, comme sur la figure suivante.



Se A_h identas A_1, la unua cifero de A_h estas la unua cifero de A_1, t. e. : a. Sed la unua cifero de A_h estas la h^a cifero de A_1. Sekve, la h^a cifero de A_1,

Si A_h est identique à A_1, le premier chiffre de A_h est le premier chiffre de A_1, c'est-à-dire a. Mais le premier chiffre de A_h est le $h^{\text{ième}}$ chiffre de A_1. Par kiu estas la h^a cifero de A_h, estas *a*. Sed la h^a cifero de A_h estas la $2h^a$ cifero de A_1, k. t. p.

Videble, oni povas geometrie esprimi ĉi-tion, dirante :

Se oni alkondukas rektojn de la punkto α_1 al la punkto α_h, de la punkto α_h al la punkto α_{2h}, k. t. p., la ciferoj, apudaj je la vertikoj de la formita regula stelmultangulo, estas samaj.

Sed, ĉar p estas primo, tiu multangulo estas necese p-angulo. Sekve, la nombro A_1 konsistas el identaj ciferoj, kaj ne povas esti unu el la $m^p - m$ nombroj nun konsiderataj.

De tio rezultas tuj ke tiuj $m^p - m$ nombroj estas *p-opigeblaj*.

Ĉi tio povas nur okazi, se $m^p - m$ estas entjero dividebla per p.

K. O. D. P.

suite, le $h^{ième}$ chiffre de A_1, c'est-à-dire le $h^{ième}$ chiffre de A_h, est *a*. Mais le $h^{ième}$ chiffre de A_h est le $2h^{ième}$ chiffre de A_1, etc.

On voit que l'on peut exprimer géométriquement ce fait, et dire :

Joignons par des droites le point α_1 au point α_h, le point α_h au point α_{2h}, etc. : les chiffres, inscrits à côté des sommets du polygone régulier étoilé ainsi formé, sont identiques.

Mais, comme p est un nombre premier, ce polygone a nécessairement p sommets. Par conséquent le nombre A_1 se compose de chiffres identiques et ne peut être l'un des $m^p - m$ nombres actuellement considérés.

De là résulte immédiatement que ces $m^p - m$ nombres peuvent être *répartis par groupes de p*.

Cela ne peut avoir lieu que si $m^p - m$ est un nombre entier divisible par p.

C. Q. F. D.