

## **Certificats d'analyse et de géométrie infinitésimale**

*Nouvelles annales de mathématiques 4<sup>e</sup> série*, tome 5  
(1905), p. 416-420

[http://www.numdam.org/item?id=NAM\\_1905\\_4\\_5\\_\\_416\\_1](http://www.numdam.org/item?id=NAM_1905_4_5__416_1)

© Nouvelles annales de mathématiques, 1905, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

*Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques*

<http://www.numdam.org/>

---

---

**CERTIFICATS D'ANALYSE ET DE GÉOMÉTRIE INFINITESIMALE.**

---

**Bordeaux.**

EPREUVE ÉCRITE. — I. *Une surface variable  $\Sigma$  est seulement assujettie à limiter, avec le carré PQRS du plan  $xOy$ , un volume donné  $V$ .*

*Calculer l'intégrale de surface suivante, étendue à*

d'une quelconque des surfaces  $\Sigma$ ,

$$\int \int_{\Sigma} \left( \varphi e^z + \frac{\partial \psi}{\partial y} e^z + m x + n y + p z + q \right) dy dz \\ - \left( \frac{d\varphi}{dx} e^z + m' x + n' y + p' z + q' \right) dz dx \\ - \left( \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y} e^z + m'' x + n'' y + p'' z + q'' \right) dx dy,$$

où  $\varphi$  désigne une fonction continue de  $x$ ;  $\psi$  une fonction continue de  $x$  et de  $y$ ; et  $m, n, \dots, p', q''$  des constantes.

Les coordonnées  $x$  et  $y$  des points P, Q, R, S sont respectivement :

Pour P . . . . .	$x = -1$	$y = -1$
» Q . . . . .	$x = +1$	$y = +1$
» R . . . . .	$x = +1$	$y = +1$
» S . . . . .	$x = +1$	$y = -1$

II. Par chaque point M d'une courbe C on mène une droite MN de longueur donnée et constante et faisant avec la tangente, la normale principale et la binormale à la courbe C des angles donnés et constants.

Lorsque le point M décrit la courbe C, le point N décrit une courbe  $\gamma$ .

Trouver la condition que doivent remplir les données pour que le plan normal à la courbe  $\gamma$ , en chacun de ses points N, passe par le centre de courbure (centre du cercle osculateur) de la courbe C relatif au point correspondant M.

Interpréter les résultats.

ÉPREUVE PRATIQUE. — Exposer brièvement la méthode de Cotes pour le calcul approché des intégrales définies.

Calculer les quatre coefficients K lorsque le nombre des points de division (en y comprenant les deux points extrêmes) est égal à 4.

On se servira de ces résultats numériques pour calculer

une valeur approchée de l'intégrale définie

$$\int_1^3 \frac{(x-5)(x-6)(x-7)}{x(x-8)} dx.$$

(Juillet 1904.)

ÉPREUVE ÉCRITE. — I. Trouver la surface enveloppe E de la famille de cônes représentés par l'équation

$$(\theta x + x + y + z - 1)(\theta y + z) - \theta x(x + y + z - 1) = 0,$$

où  $\theta$  désigne le paramètre.

II. Montrer que la surface du quatrième degré E peut être engendrée par une droite s'appuyant sur les deux droites

$$\begin{aligned} \Delta & \begin{cases} x = 0, \\ y = 0, \end{cases} \\ \Delta' & \begin{cases} z = 0, \\ x + y + z - 1 = 0. \end{cases} \end{aligned}$$

On fera voir, en passant, que  $\Delta$  et  $\Delta'$  sont des droites doubles de la surface et l'on écrira les équations des deux plans tangents à la surface E en chaque point de  $\Delta$ .

III. La droite

$$G \begin{cases} x = 0, \\ x + y + z - 1 = 0 \end{cases}$$

est aussi une droite double de la surface; écrire l'équation du plan tangent à la surface E en chaque point de G et étudier rapidement la variation de ce plan tangent lorsque le point se déplace sur la droite G.

IV. Les coordonnées des divers points de E étant exprimées, d'après les résultats de la deuxième question, en fonctions de deux paramètres, on déterminera les lignes asymptotiques de cette surface.

ÉPREUVE PRATIQUE. — Les candidats traceront sur leur

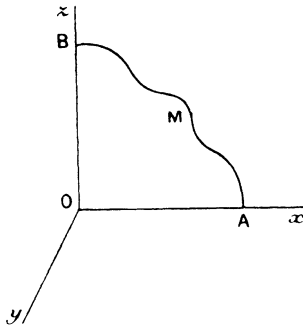
copie une courbe située dans le plan  $zOx$  et analogue à celle de la figure ci-contre.

On prendra

$$OA = 0^m,10,$$

$$OB = 0^m,12.$$

Calculer, en employant la méthode de Simpson, quelques



valeurs approchées du volume engendré par l'aire OAMB tournant autour de Oz.

Les candidats emploieront les deux heures qui leur sont données de manière à obtenir le plus grand nombre possible de valeurs approchées. On divisera l'intervalle OB successivement en 2, 4, 6, ... parties égales.

(Novembre 1904.)

### Lyon.

ÉPREUVE ÉCRITE. — I. Les génératrices rectilignes d'une surface réglée S rencontrent toutes l'axe des  $z$ . S admet pour courbe asymptotique la cubique

$$y = x^2, \quad z = x^3.$$

Construire : 1° la surface S; 2° les courbes asymptotiques M de S; 3° les trajectoires orthogonales N sur S des courbes M.

Les coordonnées sont rectangulaires.

( 420 )

SOLUTION.

S est le conoïde

$$zx^3 = y^3.$$

Les courbes M sont les cubiques

$$y = \alpha x^2, \quad z = \alpha^3 x^3 \quad (\alpha = \text{param. arb.}).$$

Les courbes N sont découpées sur S par les ellipsoïdes

$$x^2 + 2y^2 + 3z^2 = \beta \quad (\beta = \text{param. arb.}).$$

II. *Calculer l'intégrale*

$$\int \frac{\sqrt{z-1}}{z^2} dz, \quad \text{où} \quad z = x + y\sqrt{-1},$$

*prise, dans le sens direct, le long du cercle  $x^2 + y^2 = R^2$ .*

(Novembre 1904.)