NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

R. BRICARD

Note sur l'article précédent

Nouvelles annales de mathématiques 4e série, tome 7 (1907), p. 153-155
<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1907_4_7__153_1>

© Nouvelles annales de mathématiques, 1907, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (http://www.numdam.org/conditions). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme Numérisation de documents anciens mathématiques
http://www.numdam.org/

[K13a]

NOTE SUR L'ARTICLE PRÉCÉDENT;

PAR M. R. B.

Les deux formules signalées par M. Hilaire s'établissent simplement par l'emploi du calcul vectoriel.

1° On a

$$(1) \qquad M - A = M - T - (T - A).$$

Comme d'habitude, désignons par $U \mid V$ le produit interne des deux vecteurs U et V, et posons pour abréger

$$U \mid U = U^2.$$

On tire de la relation (1)

$$(2)\ (M - A)^2 = (M - T)^2 + (T - A)^2 - 2(T - A) \mid (M - T),$$

d'où, en multipliant par α les deux membres de la relation (2), et en ajoutant membre à membre toutes les relations analogues,

$$(3) \qquad \sum \alpha(M - A)^2 = \tau(M - T)^2 + \sum \alpha(T - A)^2 \\ - 2 \sum \alpha(T - A) \mid (M - T).$$

Le troisième terme du second membre est nul, car on a

$$\sum \alpha(T - A) = \tau T - \sum \alpha A = 0.$$

La formule (3) exprime le premier des théorèmes rappelés par M. Hilaire.

2° On a identiquement

$$\tau(M - G) = \sum \alpha(M - A),$$

d'où l'on tire

$$(4)\ \tau^2(M - G)^2 = \sum \alpha^2(M - A)^2 + 2 \sum \alpha\beta(M - A) \mid (M - B),$$

la seconde somme étant étendue à toutes les combinaisons deux à deux des points A, B, ..., L. On a d'autre part

$$A - B = (M - B) - (M - A),$$

d'où

$$(A - B)^2 = (M - A)^2 + (M - B)^2 - 2(M - A) \mid (M - B)$$

ou

$$2(M - A) \mid (M - B) = (M - A)^2 + (M - B)^2 - (A - B)^2,$$

et

$$2\sum \alpha\beta(\mathrm{M}-\mathrm{A})\,|\,(\mathrm{M}-\mathrm{B})$$
$$=\sum \alpha\beta[(\mathrm{M}-\mathrm{A})^2+(\mathrm{M}-\mathrm{B})^2]-\sum \alpha\beta(\mathrm{A}-\mathrm{B})^2;$$

la relation (4) peut donc s'écrire

$$\tau^2(\mathrm{M}-\mathrm{G})^2=\sum \alpha^2(\mathrm{M}-\mathrm{A})^2$$
$$+\sum \alpha\beta[(\mathrm{M}-\mathrm{A})^2+(\mathrm{M}-\mathrm{B})^2]-\sum \alpha\beta(\mathrm{A}-\mathrm{B})^2.$$

Le coefficient de $(\mathrm{M}-\mathrm{A})^2$ dans le second membre est

$$\alpha^2+\alpha\beta+\alpha\gamma+\ldots+\alpha\lambda=\alpha\tau.$$

On arrive donc finalement à la formule

$$\tau^2(\mathrm{M}-\mathrm{G})^2=\tau\sum \alpha(\mathrm{M}-\mathrm{A})^2-\sum \alpha\beta(\mathrm{A}-\mathrm{B})^2,$$

qui est bien celle démontrée d'une autre façon par M. Hilaire.