

**Concours d'admission à l'École normale
supérieure et aux bourses de licences en 1912**

Nouvelles annales de mathématiques 4^e série, tome 12
(1912), p. 567-571

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1912_4_12__567_1>

© Nouvelles annales de mathématiques, 1912, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

**CONCOURS D'ADMISSION A L'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE
ET AUX BOURSES DE LICENCES EN 1912.**

Composition de Mathématiques.
(Sciences. — I.)

PREMIÈRE COMPOSITION.

*On considère trois axes Ox , Oy , Oz , les axes Ox
et Oy étant rectangulaires.*

On donne trois circonférences réelles (C_1) , (C_2) , (C_3) rencontrant l'axe Oz et situées dans des plans distincts, parallèles au plan xOy ; on désigne par O_1, O_2, O_3 les centres de ces circonférences et par $(\alpha_1, \beta_1, \gamma_1), (\alpha_2, \beta_2, \gamma_2), (\alpha_3, \beta_3, \gamma_3)$ leurs coordonnées.

1° Former l'équation des quadriques passant par deux des courbes $(C_1), (C_2), (C_3)$.

Toute conique rencontrant chacune des courbes $(C_1), (C_2)$ en deux points à distance finie est située avec (C_1) et (C_2) sur une même quadrique.

A quelles conditions doivent satisfaire les données pour que $(C_1), (C_2), (C_3)$ soient situées sur une même quadrique?

On supposera dans la suite que ces conditions ne sont pas vérifiées.

2° Déterminer les plans P coupant chacune des trois courbes $(C_1), (C_2), (C_3)$ en deux points à distance finie, les six points obtenus étant situés sur une même conique, soit (Σ) .

Montrer que les plans P sont parallèles à une direction fixe.

Lorsqu'on assujettit les plans P à passer par un point donné R , la conique (Σ) engendre une surface cubique (S) .

Pour quels points R la surface (S) est-elle décomposée, c'est-à-dire formée d'un plan et d'une quadrique?

Comment se coupent deux surfaces (S) ?

3° Toute surface cubique passant par $(C_1), (C_2), (C_3)$ peut-elle être obtenue d'après la génération précédente?

On formera l'équation de la surface et l'on cher-

chera à l'écrire à l'aide de surfaces cubiques décomposées vérifiant les conditions imposées.

4° On choisit les circonférences (C_1) et (C_2) de rayon nul (O_1 et O_2 étant alors sur Oz), les plans de ces circonférences étant symétriques par rapport au plan xOy , et le centre de la circonférence (C_3) dans le plan xOz .

On désigne par (S_1) la surface (S) correspondant à ces données et passant par les axes Oz et Oy .

Les sections de la surface (S_1) par les plans parallèles à xOy et par les plans passant par Oz comprennent des circonférences (C) et des hyperboles (H) .

Indiquer la forme de la surface (S_1) en traçant ces sections.

5° Exprimer les coordonnées d'un point quelconque de la surface (S_1) à l'aide de deux paramètres fixant la position des plans des courbes (C) et (H) passant par ce point.

Les tangentes aux courbes de l'une des familles (C) ou (H) aux points de rencontre avec une courbe arbitrairement choisie dans l'autre famille engendrent une surface réglée. De quelle nature sont les surfaces réglées ainsi obtenues?

Comment sont constitués les cônes circonscrits à la surface (S_1) et dont les sommets sont situés sur Oz ? les cylindres circonscrits dont les génératrices sont parallèles au plan xOy ?

Composition de Mathématiques.
(Sciences. — I.)

DEUXIÈME COMPOSITION.

Un point matériel M , de masse égale à un gramme, est attiré par un point fixe O avec une force mesurée

en unités C. G. S. par $\frac{1}{r^3}$, r désignant la distance OM .
(Force inverse du cube de la distance.)

1° Discuter la forme de la trajectoire T du point M , d'après la position et la vitesse de ce point en un instant particulier t_0 , et caractériser sur cette courbe les deux arcs correspondant respectivement aux instants postérieurs et aux instants antérieurs à t_0 .

2° Calculer les coordonnées de M en fonction du temps. Indiquer les circonstances essentielles du mouvement.

3° La valeur arithmétique de la vitesse à l'instant t_0 étant donnée, et supposée égale à v_0 , déterminer le domaine où doit se trouver M à ce même instant pour que M décrive une spirale, quelle que soit la direction initiale du mouvement. M n'appartenant pas à ce domaine à l'instant t_0 , dans quel angle doit être dirigée la vitesse v_0 pour que l'arc suivi par M appartienne à une spirale?

4° Déterminer, quand elles existent, les asymptotes de T . Pour une des branches τ de T , et son asymptote A , calculer l'aire comprise entre τ , A et deux rayons vecteurs issus de O .

5° Étant donnés deux points M_0 et M , déterminer les valeurs de v_0 telles que le mobile partant de M_0 avec une vitesse initiale égale à v_0 et perpendiculaire au rayon vecteur OM_0 passe en M dans le cours ultérieur de son mouvement.

Composition de Mathématiques.
(Sciences. — II.)

1. Intégrer l'équation différentielle

$$y'' - 2y' + (1 - \alpha^2)y - e^x + \sin^2 x,$$

dans laquelle α désigne une constante réelle donnée.
Discuter suivant les valeurs de α .

II. Une courbe plane (C) est rapportée à deux axes rectangulaires Ox, Oy ; la normale au point M à la courbe (C) rencontre Ox en N et la parallèle à Oy menée par N rencontre au point T la tangente en M à la courbe (C):

1° Déterminer la courbe (C) de manière que la longueur NT soit égale à une longueur donnée $2a$;

2° Soit (C_0) celle des courbes C qui passe par O; désignons par O' celui des points de rencontre de cette courbe (C_0) avec Ox qui est le plus rapproché du point O. Démontrer que l'aire S, comprise entre l'arc OM de la courbe (C_0) et les segments rectilignes MN et NO, est proportionnelle à l'abscisse du pied M de la normale; calculer l'aire S_0 comprise entre l'arc OO' et la corde OO' ;

3° Déterminer la position du point M de manière que

$$S = \frac{1}{4} S_0$$

et calculer ses coordonnées avec deux décimales exactes en supposant, pour ce calcul, $a = 1$.