Nouvelles annales de mathématiques

Certificats de calcul différentiel et intégral

Nouvelles annales de mathématiques 4e série, tome 12 (1912), p. 93-95

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1912_4_12__93_1>

© Nouvelles annales de mathématiques, 1912, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (http://www.numdam.org/conditions). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme Numérisation de documents anciens mathématiques

http://www.numdam.org/

CERTIFICATS DE CALCUL DIFFÉRENTIEL ET INTÉGRAL.

Grenoble.

COMPOSITION. — *On donne les équations*

$$x = \left(z + e^{\frac{\alpha^2}{2}}\right) \cos\alpha - v \sin\alpha,$$
$$y = \left(z + e^{\frac{\alpha^2}{1}}\right) \sin\alpha + v \cos\alpha$$

---

(1) BOREL, *loc. cit.*, p. 7.

dans lesquelles α est un paramètre arbitraire, et v une fonction de α :

1° *Déterminer la fonction v de façon que la surface définie par ces équations soit développable, et former les équations de son arête de rebroussement;*

2° *Calculer les cosinus directeurs ξ, η, ζ de la normale à la surface en l'un quelconque de ses points, ainsi que les dérivées partielles p, q, r, s, t, et vérifier que l'équation différentielle des surfaces développables est bien satisfaite;*

3° *Rechercher les lignes de courbure de la surface et ses rayons principaux.*

ÉPREUVE PRATIQUE. — *Étant donnée l'équation*

$$\frac{dy}{dx} = \frac{(x+1)^2}{x^3} y^3 - \frac{x+1}{x} y^2 + \frac{x^2+3}{3x} y + f(x),$$

déterminer la fonction $f(x)$ par la condition que l'équation admette une solution particulière β telle que, posant $y = \beta + y_1$, la détermination de y_1 dépende d'une équation de Bernoulli. Ayant ainsi déterminé $f(x)$, on calculera l'intégrale générale de l'équation.

(Juillet 1910.)

COMPOSITION. — *Une surface* S *étant définie par les équations*

$$x = r\cos\theta, \qquad y = r\sin\theta, \qquad \varphi(z) = a\theta + f(r);$$

1° *Déterminer la fonction $\varphi(z)$ par la condition que le triangle* Omn *ayant pour sommets l'origine* O *et les traces m, n, sur xOy, de l'ordonnée d'un point* K *de* S *et de la normale au même point ait une aire proportionnelle à z;*

2° *Former l'équation différentielle des lignes asymptotiques de* S, *et déterminer la fonction $f(r)$ par la condition que la surface* S *soit développable;*

3° *Former les équations des génératrices, et montrer qu'elles font un angle constant avec* Oz *et sont à une distance constante de cet axe.*

ÉPREUVE PRATIQUE. — *Intégrer, par plusieurs méthodes* *si possible, les équations*

$$4\frac{dy}{dx}+9\frac{dz}{dx}+44y+49z=x,$$

$$3\frac{dy}{dx}+7\frac{dz}{dx}+34y+38z=e^x.$$

(Novembre 1910.)

Lille.

Épreuve théorique. — I. Question de cours. — *Démontrer la formule*

$$f(x)=\frac{1}{2i\pi}\int\frac{f(z)\,dz}{z-x}.$$

Applications : série de Taylor et série de Laurent.

II. Problème. — 1° *Intégrer l'équation*

$$px+qy-2z=0.$$

2° *Montrer que les lignes asymptotiques des surfaces intégrales s'obtiennent par une quadrature;*

3° *La fonction soumise à la quadrature comprend un radical. Dans quel cas ce radical se réduit-il à une constante?*

4° *Effectuer la quadrature dans le cas où la surface intégrale passe par la courbe* $y=2x$, $z=8x^2$.

Construire les projections sur xOy *des lignes asymptotiques menées par* $x=1$, $y=1$.

5° *Trouver les trajectoires orthogonales des projections sur* xOy *des lignes asymptotiques de la surface précédente.*

Épreuve pratique. — *Calculer par approximation l'intégrale*

$$\int_0^2\frac{dx}{\sqrt{2x^3-x+1}}.$$

Indiquer l'approximation obtenue.

(Juillet 1910.)